

배열 안테나 시스템에서의 도래 각 추정 연구 동향

임정빈*, 이상필*, 노성민*, 윤현상*, 이남윤^o

A Survey for State-of-The-Art Algorithm of DoA Estimation Problem Using Array Antennas

Jungbin Yim*, Sangpill Lee*, Sungmin Noh*, Hyunsang Youn*, Namyoon Lee^o

요약

배열 안테나를 사용하는 통신 및 레이더 시스템에서 신호의 도래 각을 추정하는 문제는 매우 중요하다. 밀리미터파 주파수 대역을 사용하는 5G 무선 통신 시스템에서 채널 정보를 획득하기 위해서는 다중 경로를 통해 반사되어 들어오는 신호의 도래 각들을 정확히 추정해야한다. 레이더 시스템 또한 표적의 위치 정보를 획득하기 위해서는 표적으로부터 반사되어 돌아오는 신호의 도래 각 추정이 필수적이다. 본 논문에서는 지난 50년간 학계에서 연구된 배열 안테나 기반 신호 도래 각 추정 기법에 대해 조사하고 도래 각 추정 정확도의 이론적 한계를 이해하기 위해 비편향 추정량의 도래 각 추정 오류 분산의 최소값인 크래머-라오 하한을 유도한다. 아울러, 조사한 지난 50년간 배열 안테나를 사용하는 도래 각 추정의 대표적인 알고리즘을 크게 세가지 방식, 1) 빔 형성, 2) 부분 공간, 3) 근 탐색 방식으로 구분하여 설명하고, 각 방식 별 성능을 추정 정확도 및 계산 복잡도 측면에서 시뮬레이션 결과와 함께 비교 및 분석하고자 한다. 추가적으로, 최근 딥러닝 기반의 도래각 추정 알고리즘과 상관 관계를 갖는 신호에 대한 도래각 추정 알고리즘의 동향도 소개한다.

키워드 : 도래 각 추정, 빔 형성, 부분 공간, 크래머-라오 하한, 딥러닝, 상관 관계를 갖는 신호

Key Words : Direction of arrival estimation, beamforming, subspace, Cramér - Rao Lower Bound (CRLB), Deep-learning, correlated source signals

ABSTRACT

In communication and radar systems using array antennas, the problem of estimating the direction of arrival (DoA) of signals is significant. To acquire channel state information in wireless communication system using the mmWave frequency band, it is necessary to accurately estimate DoA of signals reflected through multiple paths. The radar system also needs to estimate DoA of the signal reflected back from the target to acquire the target's position information. In this paper, we perform a survey for DoA estimation methods that have been studied in academia for the past fifty years, and summarize the Cramér - Rao Lower Bound to understand the

* 이 연구는 LIG NEX1 산학협력과제 지원으로 연구되었음.

* 이 논문은 NRF 재단법인한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (과제번호 2020R1C1C1013381).

* 이 논문은 과학기술정보통신부의 재원으로 정보통신기획평가원의 지원을 받아 수행된 연구임 (No.2021-0-00260, 저제도 군집 소형 위성 간 통신 기술 개발).

• First Author : Pohang University of Science and Technology Department of Electrical Engineering, jungbinyim@postech.ac.kr, 학생회원

^o Corresponding Author : Korea University Division of Electrical Engineering, namyoon@korea.ac.kr, 종신회원

* LIG Nex1, leesangpill@lignex1.com, 정회원; sungmin.noh2@lignex1.com; hyunsang.youn@lignex1.com

논문번호 : 202210-260-A-RE, Received October 25, 2022; Revised November 18, 2022; Accepted November 22, 2022

theoretical limit of DoA estimation accuracy, which is the minimum value of the variance of the direction of arrival estimation error of the unbiased estimator. In addition, the representative algorithms for DoA estimation using array antennas over the past fifty years are divided into three main methods, 1) beamforming, 2) subspace, and 3) root search methods, and we compare DoA estimation methods and analyze in terms of estimation accuracy and computational complexity of each estimation method via the simulation results. Additionally, recent deep learning-based DoA estimation algorithms and trends in DoA estimation algorithms for correlated source signals are introduced.

I. 서 론

밀리미터파를 사용하는 무선 통신 시스템은 굉장히 높은 데이터 전송률을 달성할 수 있지만 전파 경로 손실이 극심하고 블록키지에 민감하다¹⁻³. 또한, 신호를 전달할 때 송수신기 사이의 전파 경로가 많아져 채널의 정보를 알기 어렵다. 블록키지와 전파 경로 손실을 극복하고 다중 경로의 채널 정보를 획득하기 위해서 line-of-sight (LOS) 경로와 여러 물체에 의해 반사되어 들어오는 Non-LOS 경로의 도래 각도를 모두 추정해야 한다. 뿐만 아니라, 배열 안테나를 사용하는 레이더 시스템에서도 여러 표적들의 위치 정보를 알기 위해서는 표적들을 맞고 반사되어 들어오는 신호의 도래 각을 알아야만 한다. 따라서, 도래 각을 추정하는 문제는 배열 안테나를 사용하는 여러 시스템에서 매우 중요하다. 하지만, 도래 각을 추정하는 문제는 배열 안테나의 각 안테나마다 다르게 돌아간 위상 차이를 추정해야하는 비선형 추정 문제이므로 어려운 문제이다. 따라서, 문제를 풀기 위해 비교적 간단한 수학적 모델을 적절히 세우는 것이 필요하며 이 모델에서 도래 각을 추정하는데 이론적인 한계를 이해하는 것이 중요하다.

본 논문에서는 배열 안테나 시스템에서 지난 50년 동안 연구자들이 도래 각을 추정하기 위해 사용한 신호 모델과 그 모델을 통해 추정한 각도 오차의 이론적 하한계인 Cramer-Rao Lower Bound (CRLB)를 알아본다. 또한, 도래 각 추정 알고리즘인 Bartlett, Minimum Variance Distortionless Response (MVDR), Multiple Signal Classifier (MUSIC), Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques (ESPRIT), root-MUSIC을 크게 세 가지 방식, 1) 빔 형성, 2) 부분 공간, 3) 근 탐색 방식으로 분류하여 설명하고 각 알고리즘의 성능을 추정 정확도와 계산 복잡도 측면에서 비교분석한다. 빔 형성 방식은 특정 각도로 빔을 형성하여 들어오는 신호의 전력을 계산하고 가장 큰 전력의 각도를

찾아 도래 각을 추정하는 방식이며 Bartlett과 MVDR이 이 방식에 해당한다. Bartlett은 특정 각도의 조향 벡터를 통해 그 각도로 빔을 형성하여 신호의 전력을 계산한다^{6,7}. 전력을 구하는 계산량은 적지만 빔의 측엽으로 인해 두 각도를 구분하는 분해능이 낮다. MVDR은 이러한 단점을 보완하고자 빔을 형성하는 가중치를 원하는 신호의 이득은 일정하게 유지하면서 간섭 신호나 잡음의 이득은 최소화하는 최적화 문제를 통해 결정한다^{4,7}. 따라서 MVDR이 Bartlett보다 분해능이 높은 장점이 있지만 계산량이 증가한다는 단점도 존재한다. 부분 공간 방식은 배열 안테나로부터 얻은 수신 신호의 부분공간 행렬을 통해 행렬의 고유값과 고유 벡터를 계산하고, 이를 신호와 잡음의 부분공간으로 구분하여 이용하는 방식이다. 이 방식에는 MUSIC과 ESPRIT이 있다. 그 중에서, MUSIC은 특정 방향의 조향 벡터를 잡음 부분 공간에 투사하여 전력을 계산하고 가장 큰 전력을 찾아 도래 각을 추정한다⁶⁻¹⁵. 반면, ESPRIT은 신호 부분 공간의 회전 불변성을 이용하여 도래 각을 바로 추정한다^{7,9-14,17}. 부분 공간 방식은 빔 형성 방식보다 분해능이 매우 높아 비슷한 각도로 입사하는 신호를 잘 구분할 수 있는 방식이다. 그 중에서 ESPRIT은 전력의 극대점을 찾는 탐색 과정이 필요 없기 때문에 계산 복잡도가 빔 형성 방식과 MUSIC보다 낮다는 장점이 있다. 근 탐색 방식은 전력식의 분모를 다항식의 형태로 변환하여 근을 찾는 것으로 도래 각을 추정하며 root-MUSIC이 이 방식에 해당한다. MUSIC의 경우 전력의 극대점을 찾아 도래 각을 추정할 때, 전력을 계산하는 식의 분모가 낮아지는 지점이 결국 극대점이 된다. root-MUSIC은 이를 이용해서 분모를 다항식의 형태로 변형하고 그 다항식의 근을 찾아 분모를 0으로 만드는 각도를 찾는 알고리즘이다^{7,12-15,17}. Root-MUSIC은 다섯 가지 도래 각 추정 알고리즘 중에서 ESPRIT과 함께 가장 분해능이 높고 전력 탐색 과정이 필요 없어 계산량이 적은 알고리즘이다. 이 두 알고리즘 중에서도 root-MUSIC이 ESPRIT보다 더 좋은 추정 정확도를 가지고 있지만

계산 복잡도 측면에서는 근을 찾는 과정으로 인해 ESPRIT보다 더 높다. MUSIC도 높은 SNR 환경에서는 root-MUSIC과 ESPRIT만큼 높은 분해능을 가지지만 일정 수준으로 signal-to-noise-ratio (SNR)이 낮아진다면 인접한 신호의 전력의 극대점이 합쳐져 도래 각을 구분할 수 없게 된다. 이러한 점을 통해 굉장히 높은 분해능을 요구하는 시스템에서 추정 정확도를 높여야 한다면 root-MUSIC이, 계산 복잡도를 줄여야 한다면 ESPRIT이 더 적합한 알고리즘일 것이다.

하지만, 본 논문에서 소개하고 있는 알고리즘들은 낮은 SNR 영역에서는 큰 추정 성능의 열화를 보일뿐 아니라 정확한 도래각 추정을 위해서는 공분산 행렬을 알아야만 한다. 하지만 실제로 이 공분산 행렬을 알 수가 없으며 이를 위해서 우리는 표본 공분산 행렬을 사용하여 알고리즘들을 계산한다. 이러한 표본 공분산 행렬이 실제 공분산 행렬과 거의 일치하게 만들기 위해서는 굉장히 많은 표본이 필요로 하며 이는 많은 계산량을 요구할 뿐만 아니라 표본의 개수에 따라 굉장히 민감하다. 따라서, 이러한 한계점들과 최근 딥러닝^[36,37]의 발전으로 딥러닝을 기반으로 하여 도래각을 추정하는 방법들이 제안되고 있다. 따라서, 최근에 딥러닝 기반의 도래각 추정을 어떻게 하는지에 대한 내용도 소개하며 이 딥러닝 기반 도래각 추정 알고리즘은 [47]의 내용을 기반으로 한다.

이 외에도, 도래각을 추정하는데 있어서 한 가지 더 한계점이 존재한다. 이는 신호들의 상관 관계이다. 만약 배열 안테나에 도래하는 여러 신호들이 상관 관계를 가지고 있다면 Bartlett을 제외한 알고리즘들의 성능이 급격히 저하된다. 이는 도래 각을 추정할 때 역행렬이나 행렬의 고유값 분해를 하는 과정이 있기 때문이다. 밀리미터파를 사용하는 5G 통신 시스템의 경우 채널 정보를 알기 위해 원 신호에서 여러 경로로 반사되어 배열 안테나로 들어오는 도래 각을 아는 것이 중요하다. 하지만 이때, 배열 안테나로 들어오는 여러 개의 신호는 하나의 원 신호에서 여러 경로로 오는 것이기 때문에 상관 관계를 갖게 된다. 따라서, 밀리미터파를 사용하는 시스템에서 상관 관계를 갖는 신호를 검출하는 것이 매우 중요하다. 따라서, 상관 관계가 있는 신호에 대해서도 도래 각을 추정할 수 있는 여러 방법들이 학계에서 제안되어왔고 계속해서 활발히 연구가 진행되고 있다. 그러므로 본 논문에서 상관 관계를 갖는 신호 검출 알고리즘의 동향 또한 소개한다.

본 논문의 절 구성은 다음과 같다. II장에서 도래각 추정 문제의 신호 모델을 소개하고 그 모델에서 도

래 각 추정 문제에 대한 이론적인 한계인 CRLB에 대해 III장에서 설명한다. IV장에서는 도래 각을 추정하는데 쓰이는 알고리즘을 세 가지 방식으로 분류하여 설명한다. V장에서는 딥러닝 기반의 도래각 추정 알고리즘을 소개하고 VI장에서 상관 관계를 갖는 신호 검출 알고리즘의 동향을 살펴본다. VII장에서는 시뮬레이션을 통해 알고리즘의 성능을 비교함으로써 유효성을 검증하고 VIII장에서 결론을 끝으로 마치고자 한다.

II. 신호 모델

배열 안테나는 어떤 모양으로 배치하는지와 안테나 간격의 균일 여부에 따라 여러 가지 배치 모델이 존재한다. 그 중에서, 도래 각 추정 알고리즘에 대한 연구는 그림 1과 같이 uniform linear array (ULA)를 기반으로 중점적으로 연구되었으며 그 후에 uniform planar array (UPA)와 uniform circular array (UCA)와 같은 2차원의 평면 배열 안테나를 사용하는 2차원 도래 각 추정으로 확장되었다. 본 논문에서 설명하고자 하는 알고리즘들 또한 ULA를 기반으로 하며 UPA와 UCA와 같은 2차원의 평면 배열 안테나에 바로 적용시킬 수 없다. 따라서, 본 논문에서는 ULA를 기반으로 도래 각 추정 알고리즘들을 설명하고자 한다. 또한, 일반적으로 무선 통신 시스템과 레이더 시스템과 같이 배열 안테나를 사용하는 시스템은 원 신호와 배열 안테나 사이의 거리 r 이 원거리 장 조건인 $r > 2D^2/\lambda$ 를 만족하므로 이러한 시스템이 관심있는 영역은 원거리 장이다. 이때, D 는 안테나의 최대 크기이며 λ 는 신호의 파장을 나타낸다. 따라서, 본 논문에서는 원거리 장으로 가정한다. 원거리 장에서는 신호의 방사패턴에 상관없이 안테나가 신호를 수신할 때 신호가 평면파로 근사될 수 있으며 방사패턴이 안테나로부터의 거리와는 관계없이 신호의 방향에만 의존하게 된다. 따라서, 신호가 그림 1의 빨간색 화살표처럼 선형적으로 들어온다고 모형 화할 수 있다.

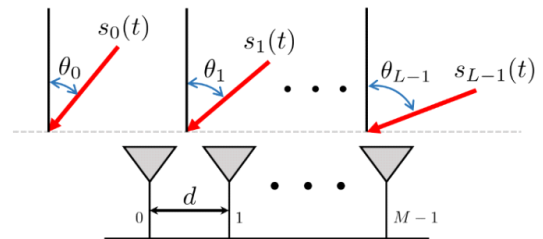


그림 1. 균일 선형 배열
Fig. 1. Uniform Linear Array (ULA).

안테나 사이의 간격이 d 로 일정한 M 개의 안테나로 이루어진 ULA의 안테나 배열에 원거리 장 신호가 시간에 따라 들어온다고 가정하면 그때 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$s(t) = \text{Re}\{s_l(t)e^{j2\pi f_c t}\}. \quad (1)$$

이때, s_l 은 대역폭 $B \ll f_c$ l 번째 협대역 신호이고 모든 l 에 대해서 $E[s_l] = 0, \text{Var}(s_l) = \sigma_{s_l}^2$ 라고 가정한다. 신호가 오른쪽에서 온다면 신호가 가장 먼저 도달하는 안테나는 맨 오른쪽 안테나일 것이고 그 안테나를 제외한 나머지 안테나들은 조금 더 지연되어 신호를 수신할 것이다. 그 지연된 양은 m 번째 안테나에 대해서 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta t_m = \frac{md}{c} \sin\theta. \quad (2)$$

c 는 빛의 속도로 $c = \lambda f_c$ 로도 계산된다. 또한, θ 는 원 신호가 배열 안테나로 도래하는 각도를 나타낸다. 이때, 중요한 점은 안테나 사이의 거리 d 가 $\lambda/2$ 보다 작아야 한다. 안테나 사이의 거리 d 가 $\lambda/2$ 보다 크면 그레이팅 로브 (grating lobe)가 생겨 도래 각 추정에 있어 모호성 (ambiguity)이 발생한다. 이러한 그레이팅 로브는 실제 목표 신호외의 도래 각 외의 가상의 신호의 도래 각을 추가로 추정하게 되어 실제 목표 신호의 도래 각을 추정하는데 지장이 생긴다. 따라서, 안테나 사이의 거리 d 가 $\lambda/2$ 보다 작아야 하는 이유는 이러한 신호 사이의 모호성을 피하기 위해서다. m 번째 안테나의 수신 신호는 다음과 같다.

$$x_m(t) = \text{Re}\{s_l(t - \Delta t_m)e^{j2\pi f_c(t - \Delta t_m)}\}. \quad (3)$$

이를 다시 기저대역으로 하향 변환해주면 최종적으로 m 번째 안테나의 수신 신호를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$x_m(t) = s_l(t - \Delta t_m)e^{-j2\pi f_c \Delta t_m}. \quad (4)$$

수신 신호를 T 초로 표본화한 후, 표본화 주기가 지연 시간보다 훨씬 더 기므로 다음과 같이 근사하여 표본화된 식을 나타낼 수 있다.

$$x_m(nT) \approx s_l(nT)e^{-j2\pi f_c \Delta t_m}. \quad (5)$$

이를 이산시간으로 표현하고 자연 상수 항을 $\mathbf{a}_k(\theta)$ 로 치환하여 다시 식을 나타내면 다음과 같다.

$$x_k[n] \approx s_l[n]e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}m d \sin\theta} = s_l[n]a_m(\theta). \quad (6)$$

L 개의 원거리 장 신호가 있고, 모든 신호의 도래 각을 추정해야 한다면, l 번째 신호의 n 번째 심볼을 $s_l[n]$ 로 나타낼 수 있고 m 번째 안테나의 표본화된 수신 신호는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{x}_n[n] \approx \sum_{l=0}^{L-1} s_l[n]a_m(\theta_l). \quad (7)$$

이때, θ_l 은 l 번째 신호의 도래 각을 의미한다. 그리고 모든 안테나에서의 관측값을 모아서 가우시안 잡음과 함께 행렬 방정식 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_n &= [\mathbf{a}(\theta_0) \cdots \mathbf{a}(\theta_l) \cdots \mathbf{a}(\theta_{L-1})] \mathbf{s}_n + \mathbf{n}_n \\ &= \mathbf{A} \mathbf{s}_n + \mathbf{n}_n. \end{aligned} \quad (8)$$

위 식에서 \mathbf{x}_n 은 M 차원의 표본화된 수신 신호 벡터, \mathbf{A} 는 $M \times L$ 크기의 행렬, \mathbf{s}_n 은 L 개의 원 신호로 이루어진 L 차원의 원 신호 벡터, \mathbf{n}_n 은 각 신호에 해당하는 평균이 0, 공분산 행렬이 $\sigma^2 \mathbf{I}$ 인 L 차원의 가우시안 잡음 벡터이다. 이때, 행렬 \mathbf{A} 가 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= [\mathbf{a}(\theta_0) \cdots \mathbf{a}(\theta_l) \cdots \mathbf{a}(\theta_{L-1})] \\ \text{with } \mathbf{a}(\theta_l) &= \begin{bmatrix} a_0(\theta_l) \\ \vdots \\ a_{M-1}(\theta_l) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (9)$$

행렬 \mathbf{A} 의 l 번째 열은 벡터 $\mathbf{a}(\theta_l)$ 로 구성되어 있고 이는 θ_l 의 각도로 들어오는 신호 $s_l(t)$ 의 조향 벡터를 의미한다. 그리고 행렬 \mathbf{A} 를 어레이 매니폴드 행렬 (array manifold matrix)라고 한다.

III. 이론적 추정 한계치: Cramér - Rao Lower Bound

Cramér - Rao Lower Bound (CRLB)는 도래 각을 얼마나 잘 추정할 수 있는지에 대한 이론적인 한계를 보여준다^[18,19]. 여기서 한계는 추정 값 ($\hat{\theta}$)에 대한 실제 값 (θ)과의 최소 편차를 나타내고 그 값이 CRLB가 된다. CRLB는 P 개의 원소로 이루어진 파라미터들의 집합 $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_P]^T$ 와 잡음에 의해 오류가

생긴 길이가 M 인 수신 신호 벡터에 대해서 정의된다.

$$\mathbf{x} = \mathbf{u}(\Phi) + \mathbf{n}. \quad (10)$$

여기서 $\mathbf{u}(\Phi)$ 는 파라미터 Φ 에 대한 함수이고 함수에 대해서 알고 있는 상태이다. P 번째 파라미터 ϕ_p 의 비편향 추정량의 분산은 CRLB보다 크거나 같다. 비편향 추정량은 추정 값 ($\hat{\theta}$)의 평균이 실제 값 (θ)과 같은 추정량을 의미한다. ϕ_p 에 대한 CRLB는 피셔 정보 행렬의 P 번째 대각 성분의 역수로 구할 수 있고 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{Var}(\phi_p) \geq \mathbf{J}_{pp}^{-1}. \quad (11)$$

이때 \mathbf{J} 는 피셔 정보 행렬을 나타내고 피셔 정보 행렬의 (i, j) 번째 성분은 다음과 같다.

$$\mathbf{J}_{ij} = -\mathbb{E}\left\{\frac{\partial^2}{\partial\phi_i\partial\phi_j}[\ln f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}|\Phi)]\right\}. \quad (12)$$

(12)식에서 $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}|\Phi)$ 는 파라미터 Φ 가 주어졌을 때, 수신 벡터의 Probability Density Function (PDF)이고 $\mathbb{E}\{\cdot\}$ 는 평균을 의미한다.

(11)식에서 ϕ_p 의 비편향 추정량의 분산은 항상 0이 아닌 어떤 값보다 크거나 같다는 것을 알 수 있다. 이는 잡음에 의해 손상이 생긴 신호는 반드시 추정 값에 대해서도 실제 값과 다른 잡음이 포함되어 있음을 나타낸다. 그리고 이 추정 값에 대한 잡음을 가능한 최소로 만들 수 있는 한계가 CRLB이다. 이를 통해 CRLB가 도래 각 추정 문제에서 추정 값 ($\hat{\theta}$)에 대해서 실제 값 (θ)과 차이가 얼마나 발생하는지에 대한 하한을 제공한다는 것을 알 수 있고, 도래 각을 추정하는 알고리즘이 CRLB에 가까워질수록 추정을 잘 하고 있다는 것을 의미한다. 도래 각 추정 문제의 CRLB를 구하기 위해 배열 안테나로 들어오는 신호가 오직 하나라고 가정하고 다시 신호 모델을 상기해보면 다음과 같다.

$$\mathbf{x} = \mathbf{s}a(\theta) + \mathbf{n}. \quad (13)$$

여기서 s 는 하나의 원 신호를 나타내고 $\mathbf{a}(\theta)$ 는 신호가 배열 안테나로 들어오는 각도 θ 에 대한 조향 벡터이다. 그리고 \mathbf{n} 은 평균이 0, 공분산 행렬이 $\sigma^2\mathbf{I}$ 인 가우시안 잡음이다. 이때, 원 신호 s 는 복소수이므로 $s = ae^{jb}$ 로 나타내어 최종적으로 CRLB를 구하기 위

한 파라미터는 $\Phi = [a, b, \theta]^T$ 가 된다. 또한, (10)식에서의 $\mathbf{s}(\Phi)$ 와 (12)식에서의 수신 신호의 PDF $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}|\Phi)$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{s}(\Phi) = \mathbf{s}a(\theta). \quad (14)$$

$$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}|\Phi) = \mathcal{C}e^{-(\mathbf{x}-\mathbf{s})^H\mathbf{R}_{\text{nn}}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{s})}. \quad (15)$$

(15)식에서 \mathbf{R}_{nn} 는 잡음의 공분산 행렬로 $\sigma^2\mathbf{I}$ 이고 \mathcal{C} 는 정규화 상수이다. 이를 토대로 먼저 $\ln f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}|\Phi)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \ln f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}|\Phi) &= \ln \mathcal{C} - \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{s})^H(\mathbf{x} - \mathbf{s})}{\sigma^2} \\ &= \ln \mathcal{C} + \frac{-\mathbf{x}^H\mathbf{x} + s^*a^H(\theta)\mathbf{x} + s\mathbf{x}^H\mathbf{a}(\theta) - |s|^2a^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)}{\sigma^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

(16)에서 구한 식을 $L(\Phi)$ 라고 한다면, 피셔 정보 행렬은 (12)식처럼 파라미터의 편 미분을 통해 구할 수 있으므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{J} = -\mathbb{E}\left\{\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial a^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial a\partial b} & \frac{\partial^2 L}{\partial a\partial\theta} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial b\partial a} & \frac{\partial^2 L}{\partial b^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial b\partial\theta} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial\theta\partial a} & \frac{\partial^2 L}{\partial\theta\partial b} & \frac{\partial^2 L}{\partial\theta^2} \end{pmatrix}\right\}. \quad (17)$$

우리가 알고 싶은 것은 Φ 의 세 번째 파라미터인 도래 각 θ 에 대한 CRLB이므로 (11)식과 (12)식을 통해 $\phi_3 (= \theta)$ 에 대한 CRLB를 피셔 정보 행렬의 3번째 대각 성분의 역수로 구할 수 있다. 따라서, (17)식의 3번째 대각 성분만을 계산하여 해당 값을 구하게 된다. $\mathbf{a}(\theta)$ 를 θ 에 대해서 i 번 미분한 함수를 $\mathbf{a}_i(\theta)$ 라고 한다면 (17)식에서 $\frac{\partial^2 L}{\partial\theta^2}$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial\theta} &= \frac{1}{\sigma^2} [ae^{-jb}\mathbf{a}_1^H(\theta)\mathbf{x} + ae^{jb}\mathbf{x}^H\mathbf{a}_1(\theta) \\ &\quad - a^2\mathbf{a}_1^H(\theta)\mathbf{a}(\theta) - a^2\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}_1(\theta)]. \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L}{\partial\theta^2} &= \frac{1}{\sigma^2} [ae^{-jb}\mathbf{a}_2^H(\theta)\mathbf{x} + ae^{jb}\mathbf{x}^H\mathbf{a}_2(\theta) \\ &\quad - a^2\mathbf{a}_2^H(\theta)\mathbf{a}(\theta) - a^2\mathbf{a}_1^H(\theta)\mathbf{a}_1(\theta) \\ &\quad - a^2\mathbf{a}_1^H(\theta)\mathbf{a}_1(\theta) - a^2\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}_2(\theta)]. \end{aligned} \quad (19)$$

(13)식에 평균을 취해주면 s 와 $\mathbf{a}(\theta)$ 가 모두 상수이고 \mathbf{n} 의 평균은 0이므로 다음과 같이 계산된다.

$$E[\mathbf{x}] = E[\mathbf{s}\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{n}] = \mathbf{s}\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}). \quad (20)$$

(20)식을 이용하여 (19)식에 평균을 취함으로써 최종적으로 피쳐 정보 행렬의 3번째 대각 성분을 구하면 다음과 같다.

$$E\left[\frac{\partial^2 L}{\partial \theta^2}\right] = -2a^2 \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{a}_1^H(\theta) \mathbf{a}_1(\theta). \quad (21)$$

배열의 안테나의 개수가 홀수라면 배열의 중앙을 위상의 기준점으로 잡아 다음과 같이 조향 벡터를 다시 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{a}(\theta) = \left[z^{-\frac{M-1}{2}}, z^{-\frac{M-3}{2}}, \dots, z^{-1}, z^0, z^1, \dots, z^{\frac{M-3}{2}}, z^{\frac{M-1}{2}} \right]^T. \quad (22)$$

여기서 $z = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin(\theta)}$ 이다. 따라서, (22)식을 θ 에 대해서 편 미분을 해주면 $\mathbf{a}_1(\theta)$ 을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\mathbf{a}_1(\theta) = j \frac{2\pi}{\lambda} d \cos(\theta) \left[-\frac{M-1}{2} z^{-\frac{M-1}{2}}, -\frac{M-3}{2} z^{-\frac{M-3}{2}}, \dots, -z^{-1}, 0, z^1, \dots, \frac{M-3}{2} z^{\frac{M-3}{2}}, \frac{M-1}{2} z^{\frac{M-1}{2}} \right]^T. \quad (23)$$

(23)식을 통해 $\mathbf{a}_1^H(\theta) \mathbf{a}_1(\theta)$ 을 계산해 주면 다음과 같다.

$$\mathbf{a}_1^H(\theta) \mathbf{a}_1(\theta) = \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \right)^2 \cos^2 \theta \sum_{m=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} m^2. \quad (24)$$

(24)식에서 m^2 의 합을 나타내는 항이 있으므로 이를 먼저 계산하면 다음과 같다.

$$\sum_{m=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} m^2 = 2 \sum_{m=1}^{(M-1)/2} m^2 = \frac{M(M^2-1)}{12}. \quad (25)$$

배열의 안테나의 개수가 짝수일 때도 (22)식의 조향 벡터만을 다르게 하여 위와 같은 과정을 통해 (25)식의 결과와 같은 값으로 계산된다. (25)의 식을 (24)식에 대입하여 $\mathbf{a}_1^H(\theta) \mathbf{a}_1(\theta)$ 을 구하고 이를 다시 (21)식에 대입하여 최종적으로 $E\left[\frac{\partial^2 L}{\partial \theta^2}\right]$ 을 구하면 다음과 같다.

$$E\left[\frac{\partial^2 L}{\partial \theta^2}\right] = -\frac{a^2 M(M^2-1)(2\pi d)^2 \cos^2 \theta}{6\sigma^2 \lambda^2}. \quad (26)$$

피쳐 정보 행렬의 3번째 대각 성분은 (26)식에 음의 부호를 취해주는 것이고 이의 역수가 CRLB가 되므로 CRLB는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{J}_{33}^{-1} = -E\left[\frac{\partial^2 L}{\partial \theta^2}\right] = \frac{6\sigma^2 \lambda^2}{a^2 M(M^2-1)(2\pi d)^2 \cos^2 \theta}. \quad (27)$$

하지만, 여기서 $|s|^2 = a^2$ 이고 $|s|^2/\sigma^2$ 은 신호의 크기를 잡음의 크기로 나눈 SNR과 같으므로 (27)의 식을 간단히 표현하여 다음과 같은 형태의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{J}_{33}^{-1} = \frac{6\sigma^2 \lambda^2}{a^2 M(M^2-1)(2\pi d)^2 \cos^2 \theta} = \frac{1}{\text{SNR}} \times \frac{6\lambda^2}{M(M^2-1)(2\pi d)^2 \cos^2 \theta}. \quad (28)$$

따라서, (11)의 식에 (28)의 식을 대입하면 다음과 같다.

$$\text{Var}(\theta) \geq \frac{1}{\text{SNR}} \times \frac{6\lambda^2}{M(M^2-1)(2\pi d)^2 \cos^2 \theta}. \quad (29)$$

직관적으로 안테나의 개수가 많거나 SNR이 크면 도래 각을 추정하는데 있어서 유리할 것이라고 예상할 수 있다. 이러한 직관적인 해석은, 식 (29)에서 우변의 값이 M 과 SNR의 단조감소함수라는 점을 통해서 확인할 수 있다. 이렇듯 CRLB는 도래 각을 추정하는 알고리즘에 상관없이 추정 값에 대한 오차의 분산의 하한을 제공하므로 안테나의 개수 M , SNR과 같은 변수들에 따라 얼마나 잘 추정하고 있는지를 판별할 수 있으며, 여러 알고리즘의 성능을 비교할 수 있는 지표로 제공한다.

IV. 도래 각 추정의 주요 알고리즘 소개

지난 50년간 연구자들이 도래 각을 추정하기 위해 제안한 대표적인 알고리즘으로 Bartlett, MVDR, MUSIC, ESPRIT, root-MUSIC이 있다. 본 논문에서는 알고리즘 별로 사용한 방식에 따라 1) 빔 형성, 2) 부분 공간, 3) 근 탐색 방식으로 구분하여 설명한다.

4.1 빔 형성 방식

빔 형성 방식은 특정 각도로 빔을 형성하여 들어오는 신호의 전력을 계산하고 전력의 극대점을 찾아 도

래 각을 추정하는 방식이다. 이 방식에는 Bartlett과 MVDR 이 있다. 이때, 빔 형성은 각 안테나 마다 가중치를 곱해 수신 신호의 크기와 위상을 조절하여 빔이 지향성을 띠도록 형성하는 것을 의미한다. 모든 안테나의 가중치를 모아 벡터로 만든 \mathbf{w} 을 빔 형성 벡터라고 하고 빔을 형성하여 수신한 신호를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$y[n] = \mathbf{w}^H \mathbf{x}[n]. \quad (30)$$

4.1.1 Bartlett 알고리즘

빔 형성을 통해 수신한 신호 $y[n]$ 의 전력은 다음과 같다.

$$P(\theta) = \mathbb{E}[|y[n]|^2] = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}. \quad (31)$$

이때, $\mathbf{R}_{xx} = \mathbb{E}[\mathbf{x}\mathbf{x}^H]$ 이고 신호의 공분산 행렬을 의미한다. 또한, $\mathbf{x}_n = \mathbf{A}\mathbf{s}_n + \mathbf{n}_n$ 이고 신호가 θ_0 의 각도로 입사한다고 가정하면 위의 식은 다음의 식으로 다시 쓸 수 있다.

$$P(\theta_0) = \mathbf{w}^H \mathbb{E}[\mathbf{x}[n]\mathbf{x}^H[n]]\mathbf{w} = (|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0)|^2 (\sigma_s^2 + \sigma_n^2)). \quad (32)$$

여기서 $\mathbf{a}(\theta_0)$ 는 각도 θ_0 의 조향 벡터, σ_s^2 는 신호의 분산, σ_n^2 는 잡음의 분산이다. 전력을 최대로 만드는 빔 형성 벡터 \mathbf{w} 는 $\mathbf{a}(\theta_0)$ 이므로 신호가 배열 안테나로 들어올 때 빔 형성 벡터 \mathbf{w} 를 그 방향의 조향 벡터와 같게 하면 전력이 가장 커짐을 알 수 있다. Bartlett은 이를 이용하여 모든 각도로 빔을 형성해 전력을 계산해보고 가장 큰 전력을 찾아 각도를 추정하는 방식이다. 따라서, Bartlett은 다음과 같이 전력을 구한다.

$$P_{\text{Bartlett}}(\theta) = \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{xx} \mathbf{a}(\theta). \quad (33)$$

이렇게 구한 전력의 극대점을 선택하여 각도를 추정한다.

4.1.2 MVDR 알고리즘

Bartlett 알고리즘은 가장 간단하지만 빔의 측엽으로 인해 두 각도를 구분하는 분해능이 낮다는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완한 방법이 MVDR이다. MVDR은 빔 형성 벡터를 원하는 신호의 이득은 일정하게 유지하면서 간섭 신호 또는 잡음의 이득을 최소

화하여 signal-to-interference-plus-noise-ratio (SINR)을 최대로 만들도록 결정하는 방법이다. 이를 식으로 나타내면 다음과 같은 최적화 문제로 생각할 수 있다.

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1. \quad (34)$$

위의 최적화 문제는 라그랑주 승수법으로 풀 수 있고, $\mathbf{w}^H \mathbf{R}\mathbf{w}$ 의 값을 최소로 만드는 \mathbf{w}^H 는 다음과 같다.

$$\mathbf{w}^H = \frac{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{xx}^{-1}}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta)}. \quad (35)$$

따라서, 이 \mathbf{w}^H 를 대입하여 수신 전력을 계산하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{\text{MVDR}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta)}. \quad (36)$$

Bartlett과 마찬가지로 구한 수신 전력의 극대점을 찾아 도래 각을 추정한다.

4.2 부분 공간 방식

부분 공간 방식은 배열 안테나로부터 얻은 수신 신호의 공분산 행렬을 통해 행렬의 고유값과 고유 벡터를 계산하고, 이를 신호와 잡음의 부분 공간으로 구분하여 두 부분 공간을 이용한 도래 각 추정 방식이다. 이 방식에는 MUSIC과 ESPRIT이 있다. MUSIC은 잡음 부분 공간을 이용하여 모든 각도로 전력을 계산하고 극대점을 찾아 도래 각을 추정한다. 반면, ESPRIT은 신호 부분 공간을 이용하여 전력 탐색 과정 없이 바로 도래 각을 추정한다.

4.2.1 MUSIC 알고리즘

행렬 \mathbf{A} 의 크기가 $M \times L$ 인 것을 상기해보면, 안테나 배열로 들어오는 신호의 개수가 L 개, 안테나 배열의 안테나 개수가 M 개이다. 또한, 만약 (8)의 식에서 잡음을 고려하지 않고 무시한다면 $\mathbf{x}_n = \mathbf{A}\mathbf{s}_n$ 과 같은 식의 형태가 된다. 이를 통해 이 식에서 안테나 배열의 수신된 관측 값 \mathbf{x}_n 은 원 신호 벡터 \mathbf{s}_n 의 각 요소들이 행렬 \mathbf{A} 의 열들에 계수로 곱해져 벡터의 선형 결합으로 이루어진 L -차원의 부분 공간에 있다는 것을 알 수 있고 이 부분 공간을 신호 부분 공간이라고 한다. 행렬 \mathbf{A} 의 행의 개수가 M 개이기 때문에, M -차원의 공간 내에 있는 L -차원의 공간이 부분 공간이 되려면 신호의 개수보다 안테나의 개수가 더 많아야 한다. 즉, $M > L$ 이어야 한다. 하지만, 만약 $M < L$ 이라면, 행렬

\mathbf{A} 는 열의 수가 행의 수 보다 많은 직사각행렬이 될 것이다. 이는 행렬 \mathbf{A} 를 사다리꼴행렬로 바꾸었을 때, 피벗 (pivot)의 개수가 열의 개수보다 작아 어떤 열은 다른 열들의 선형 결합으로 표현될 수 있다. 따라서, 관측 값 \mathbf{x}_n 을 통해 구분할 수 없는 신호가 생기게 된다. 그러므로 신호의 도래 각을 구분하기 위해서는 행렬 \mathbf{A} 의 행의 수가 열의 수보다 많은 직사각행렬이어야 한다.

신호와 잡음이 서로 상관 관계가 없고 잡음의 분포가 평균이 0, 공분산 행렬이 $\sigma^2 \mathbf{I}$ 이라고 가정하면, 수신 신호의 상관 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbb{E}[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^H] = \mathbf{A} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{M \times M}. \quad (37)$$

상관 행렬 \mathbf{R}_{xx} 은 행렬의 i, j 의 원소가 j, i 의 원소와 켤레 복소수 관계를 이루기 때문에 에르미트 행렬 (Hermitian matrix)이다. 따라서 고유값 분해를 했을 때, 고유값은 실수가 된다. 고유 벡터 중 행렬 \mathbf{A} 와 직교하는 임의의 벡터 \mathbf{q}_n 을 상관 행렬 \mathbf{R}_{xx} 에 곱해주면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{R}_{xx} \mathbf{q}_n = (\mathbf{A} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I}) \mathbf{q}_n = \sigma^2 \mathbf{q}_n. \quad (38)$$

벡터 \mathbf{q}_n 은 고유값 σ^2 에 해당하는 고유 벡터 라는 것을 알 수 있고 행렬 \mathbf{A} 의 크기가 $M \times L$ 이기 때문에 $M-L$ 개이다. 그리고 $M-L$ 개의 벡터들은 모두 선형 독립이다. 이 고유 벡터들로 이루어진 공간을 잡음 부분 공간이라고 한다. 이번에는 행렬 $\mathbf{A} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{A}^H$ 의 고유 벡터를 \mathbf{q}_s 라고 하고 그와 대응하는 고유값을 σ_s^2 이라고 가정했을 때, 고유 벡터 \mathbf{q}_s 를 상관 행렬 \mathbf{R}_{xx} 에 곱해주면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xx} \mathbf{q}_s &= (\mathbf{A} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I}) \mathbf{q}_s \\ &= (\sigma_s^2 + \sigma^2) \mathbf{q}_s. \end{aligned} \quad (39)$$

벡터 \mathbf{q}_s 는 고유값 $\sigma_s^2 + \sigma^2$ 에 해당하는 고유 벡터 라는 것을 알 수가 있고 이러한 고유 벡터는 L 개가 있다는 것도 쉽게 확인할 수가 있다. 이 벡터들로 이루어진 공간을 신호 부분 공간이라고 한다. 이를 통해 행렬 \mathbf{R}_{xx} 의 고유값 분해를 행렬로 나타내면 다음과 같이 신호 부분 공간과 잡음 부분 공간으로 구분하여 나타낼 수가 있게 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xx} &= \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda} \mathbf{Q}^H \\ &= [\mathbf{Q}_s \quad \mathbf{Q}_n] \begin{bmatrix} (\sigma_s^2 + \sigma^2) \mathbf{I}_{L \times L} & 0 \\ 0 & \sigma^2 \mathbf{I}_{(M-L) \times (M-L)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_s^* \\ \mathbf{Q}_n^* \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (40)$$

MUSIC은 이처럼 행렬 \mathbf{A} 가 고유 벡터 \mathbf{q}_n 들로 이루어진 잡음 부분 공간 행렬 \mathbf{Q}_n 과 직교한다는 특성을 이용하여 도래 각을 추정하는 방식이다. 특정 각도의 조향 벡터 $\mathbf{a}(\theta)$ 와 잡음 부분 공간 행렬 \mathbf{Q}_n 이 직교한다면 $\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{Q}_n = 0$ 일 것이고 완벽히 직교하지 않더라도 0에 가까운 매우 작은 값이 될 것이다. 이를 이용하여 모든 각도에 대해서 다음과 같은 식의 전력을 계산한다.

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{Q}_n \mathbf{Q}_n^H \mathbf{a}(\theta)}. \quad (41)$$

신호 방향의 조향 벡터가 잡음 부분 공간 행렬과 곱해져 아주 작은 값을 가지기 때문에 분모로 들어가 전력이 아주 커지게 된다. 따라서 극대점을 쉽게 찾을 수가 있다.

4.2.2 ESPRIT 알고리즘

ESPRIT은 신호의 부분 공간을 이용한 부분 공간 방식이면서도 대표적인 행렬 이동 기법을 이용한 도래 각 추정 알고리즘이기도 하다. ESPRIT은 회전 불변성을 이용한 기법이다. 왜 회전 불변성을 이용한 방법인지를 보기 위해 행렬 \mathbf{A} 를 자세히 나타내어보면 다음과 같다.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_0} & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_1} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_{L-1}} \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} 2d \sin \theta_0} & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} 2d \sin \theta_1} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} 2d \sin \theta_{L-1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (M-2)d \sin \theta_0} & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (M-2)d \sin \theta_1} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (M-2)d \sin \theta_{L-1}} \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1)d \sin \theta_0} & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1)d \sin \theta_1} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1)d \sin \theta_{L-1}} \end{bmatrix} \quad (42)$$

이처럼 행렬 \mathbf{A} 는 방데르몽드 행렬 (Vandermonde matrix)이라는 것을 알 수 있고, 행렬 \mathbf{A} 의 1행에서 $M-1$ 행까지를 \mathbf{A}_0 , 2행에서 M 행 까지를 \mathbf{A}_1 이라고 하면 \mathbf{A}_0 와 \mathbf{A}_1 은 각 열 마다 등비 수열을 이루고 있으므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_0 \Phi$$

where Φ

$$= \text{diag} \left\{ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_0}, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_1}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_{L-1}} \right\}. \quad (43)$$

최종적으로 원하는 값이 θ 이므로 행렬 Φ 을 먼저 구해야 하고 Φ 을 얻기 위해 \mathbf{A}_0 와 \mathbf{A}_1 을 알아야만 한다.

행렬 \mathbf{A} 의 열과 신호 부분 공간 행렬 \mathbf{Q}_s 의 열은 서로 같은 열 공간을 이루고 있다. 그러므로 같은 열 공간을 이루는 기저 벡터들이 다를 뿐이다. 이와 같은 사실을 통해 행렬 \mathbf{A} 의 열들로 이루어진 기저 벡터들은 행렬 \mathbf{Q}_s 의 열들로 이루어진 기저 벡터들의 회전 변환으로 얻을 수 있다. 즉, 다음의 식과 같이 유니터리 행렬 (Unitary matrix)을 통해 얻을 수 있다.

$$\mathbf{Q}_s = \mathbf{A}\mathbf{U}. \quad (44)$$

행렬 \mathbf{U} 는 임의의 유니터리 행렬을 의미한다. 행렬 \mathbf{A} 의 열 공간을 이루는 기저 벡터가 행렬 \mathbf{A} 의 열 벡터 혹은 행렬 \mathbf{Q}_s 의 열 벡터이고 둘 다 기저 벡터이므로 어떤 기저 벡터로도 같은 열 공간을 만들어낼 수 있다. 마찬가지로 행렬 \mathbf{A}_0 와 행렬 \mathbf{A}_1 도 유니터리 행렬 \mathbf{U} 를 통해 회전 불변성을 이용하여 행렬 \mathbf{Q}_0 와 행렬 \mathbf{Q}_1 을 만들 수 있다. 이것이 회전 불변성을 이용한 도래 각 추정 방법인 이유이다. 회전 불변성을 이용하여 얻은 행렬 \mathbf{Q}_0 와 행렬 \mathbf{Q}_1 을 통해 행렬 Φ 를 얻을 수 있고 마찬가지로 이를 통해 도래 각 θ 를 추정할 수 있기 때문이다. 계속해서 행렬 \mathbf{Q}_0 와 행렬 \mathbf{Q}_1 을 행렬 \mathbf{A}_0 와 행렬 \mathbf{A}_1 로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_0 = \mathbf{A}_0 \mathbf{U}. \quad (45)$$

$$\mathbf{Q}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{U}. \quad (46)$$

위의 두 식을 이용하여 최종적으로 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_0 \mathbf{U}^H \Phi \mathbf{U} = \mathbf{Q}_0 \Psi. \quad (47)$$

$\mathbf{U}^H \Phi \mathbf{U}$ 는 Ψ 의 고유값 분해 라는 사실을 통해 Ψ 의 고유값을 계산함으로써 결론적으로 도래 각을 알 수가 있다. 하지만 행렬 \mathbf{Q}_0 은 정사각행렬이 아니므로 바로 역행렬을 취할 수가 없다. 따라서, 최소제곱법을 통해 Ψ 를 얻고 난 후, 이를 고유값 분해를 통해 고유

값을 알아내어 행렬 Φ 를 알아내면 행렬 Φ 의 대각 항이 θ 의 함수이므로 도래 각을 쉽게 계산할 수 있다. 이를 식으로 계산하면 다음과 같다.

$$\theta_i = \sin^{-1} \left(-\frac{\lambda}{2\pi d} \angle \phi_i \right). \quad (48)$$

위의 식에서 ϕ_i 는 Φ 의 i 번째 대각 성분을 의미한다.

4.3 근 탐색 방식 (root-MUSIC)

MUSIC은 안테나의 개수가 많아질수록 전력 탐색 과정에서 계산량이 계속해서 증가한다. 따라서, 높은 분해능을 유지하면서 혹은 더 높은 분해능을 얻으면서 계산의 복잡도를 낮추는 알고리즘 중 하나가 다항식의 근을 찾는 방식인 root-MUSIC이다. Root-MUSIC은 MUSIC의 전력 식을 그대로 사용한다. 따라서 (41) 식의 전력을 그대로 사용하게 되고, 분모에 있는 벡터와 행렬의 곱을 약간 변형해주어 다항식으로 만드는 과정을 거치게 된다. 그 과정은 다음과 같다. 먼저 분모에 있는 행렬의 곱 $\mathbf{Q}_n \mathbf{Q}_n^H$ 를 \mathbf{C} 라는 행렬로 치환하여 다음과 같이 나타내준다.

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{Q}_n \mathbf{Q}_n^H \mathbf{a}(\theta)} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{C} \mathbf{a}(\theta)}. \quad (49)$$

벡터 $\mathbf{a}(\theta)$ 의 k 번째 요소 $a_k(\theta)$ 가 $e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} k d \sin(\theta)}$ 라는 것을 이용하여 위의 전력 식의 분모를 다음과 같이 벡터의 요소들의 합으로 다시 나타내준다.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{C} \mathbf{a}(\theta) &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} m d \sin(\theta)} C_{nm} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} n d \sin(\theta)} \\ &= \sum_{l=-(M-1)}^{M-1} C_l e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} l d \sin(\theta)}. \end{aligned} \quad (50)$$

m 과 n 으로 이루어진 식이 l 의 항으로 바뀌면서 C_{nm} 이 C_l 로 바뀌었는데 이때 C_l 은 행렬 \mathbf{C} 의 왼쪽 맨 아래에서부터 l 번째 대각 성분들의 합을 의미한다. (49)의 식에서 지수 항 $e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta)}$ 을 z 로 치환하여 식을 다시 나타내어 다음과 같이 z 에 관한 다항식으로 바꿔줄 수 있다.

$$P(z) = \sum_{l=-(M-1)}^{M-1} C_l z^{-l}. \quad (51)$$

$P(z)$ 는 P_{MUSIC} 의 분모에 해당하고 MUSIC이 조향 벡터인 $\mathbf{a}(\theta)$ 와 잡음 부분 공간 \mathbf{q}_n 이 직교하다는

것을 이용하여 $\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{Q}_{\text{no}}\mathbf{0}$ 이 되므로 신호가 있는 각도의 전력 값 P_{MUSIC} 이 다른 각도의 전력 값보다 크다는 것을 이용하는 방법이므로 결국 $P(z)$ 가 0인 z 값을 찾는 문제와 같음을 알 수 있다. 결론적으로, root-MUSIC은 다음의 식에 해당하는 근 z 를 찾는 문제이다.

$$P(z) = \sum_{l=-M+1}^{M-1} C_l z^{-l} = 0. \quad (52)$$

위의 (52) 식은 최고차항이 z^{M-1} 이지만 분모의 z 가 있으므로 z 가 0이 아니라는 가정하에 분모의 z 로 식을 묶어주면 최고차항이 $z^{2(M-1)}$ 인 다항식이 되고 이 다항식은 근이 $2(M-1)$ 개이다. 이렇게 구한 근 z 는 $e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin(\theta)}$ 와 같다. z 가 복소수이고 z 의 크기 $|z|$ 는 $|e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin(\theta)}| = 1$ 과 같으므로 $2(M-1)$ 개의 근 중에서 $|z|$ 가 1에 가장 가까운 즉, 단위 원에 가장 가까우면서 단위 원 안쪽에 있는 z 를 찾는 것으로 도래각을 결정한다. 만약 그 근 z 이 Z_i 라면 최종적으로 θ_i 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_i = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{2\pi d} \angle Z_i\right). \quad (53)$$

표 1은 IV장에서 소개한 모든 알고리즘을 분해능과 계산량 측면에서 하나의 표로 정리한 것이다. 이때, 분해능은 상대적으로 낮음과 높음을 표기하였다. Bartlett 이 상대적으로 나머지 알고리즘에 비해 분해능이 낮다는 것을 의미한다. 그리고 P 는 탐색한 각도의 개수를 의미한다. 예를 들어, 0도에서 90도까지 1도씩 증가시키며 전력을 계산했다면 P 는 91이 된다. 또한 표 1에서 $A = 2(M-1)$ 이다.

표 1. 도래 각 추정 알고리즘의 분해능과 계산량
Table 1. Resolution and complexity of DoA estimation algorithms.

알고리즘	분해능	계산량
Bartlett	낮음	$O(NM^2 + PM^2 + PM)$
MVDR	중간	$O(M^3 + NM^2 + PM^2 + PM)$
MUSIC	높음	$O(M^3 + NM^2 + PM^2 + PM - PML - PL)$
ESPRIT	매우 높음	$O(M^3 + NM^2)$
root-MUSIC	매우 높음	$O(M^3 + (N-L)M^2 + A^2 \log(A))$

V. 최신 알고리즘 개발 동향 I: 상관 관계를 갖는 다중 신호 검출

어떤 두 신호가 상관 관계를 갖지 않는다는 것은 두 신호의 공분산 행렬이 대각 행렬이 된다는 것을 의미한다. 공분산 행렬의 대각 성분은 각 신호의 크기를 나타내고 행렬의 대각 성분 외의 성분은 임의의 두 신호에 대한 상관 관계를 알 수 있게 해준다. 따라서, 대각 성분 외의 행렬의 모든 성분들이 0이 아닌 어떤 임의의 값을 가진다면 신호가 상관관계를 갖는다는 것을 의미한다. 예를 들어 평균이 0인 두 신호 $s(\theta_1)$ 과 $s(\theta_2)$ 로 이루어진 신호 벡터 $\mathbf{s} = [s(\theta_1) \ s(\theta_2)]^T$ 에 대해서 이 벡터의 공분산 행렬은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\mathbf{C}_{\text{ss}} = E[\mathbf{s}\mathbf{s}^H] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \mathbf{C}_{\theta_1\theta_2} \\ \mathbf{C}_{\theta_2\theta_1} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}. \quad (54)$$

위 식에서 $\mathbf{C}_{\theta_1\theta_2}$ 는 $E[s(\theta_1)s(\theta_2)^*]$ 를 그리고 $\mathbf{C}_{\theta_2\theta_1}$ 는 $E[s(\theta_2)s(\theta_1)^*]$ 을 나타낸다. 또한, 공분산 $\mathbf{C}_{\theta_1\theta_2}$ 이 두 신호의 상관 계수로 나타낼 수 있으므로 (54) 식의 행렬이 다음과 같이 나타내어질 수 있다.

$$\mathbf{C}_{\text{ss}} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho^*\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}. \quad (55)$$

(55) 식에서 ρ 는 두 신호의 상관계수를 의미하는 임의의 복소수이다. 만약 ρ 가 0이라면 공분산 행렬 \mathbf{C}_{ss} 은 대각 행렬이 되고 두 신호가 상관 관계가 없다는 것이 곧 공분산 행렬이 대각 행렬이 된다는 것을 알 수 있다. 반대로, 상관계수 ρ 가 0이 아니라면 대각 성분을 제외한 나머지 성분들이 더 이상 0이 아니게 되며 두 신호가 상관성이 존재한다는 것을 의미한다. 공분산 행렬 \mathbf{C}_{ss} 의 역행렬을 구해보면 다음과 같다.

$$\mathbf{C}_{\text{ss}}^{-1} = \frac{1}{\sigma_1^2\sigma_2^2(1-|\rho|^2)} \begin{bmatrix} \sigma_2^2 & -\rho\sigma_1\sigma_2 \\ -\rho^*\sigma_1\sigma_2 & \sigma_1^2 \end{bmatrix}. \quad (56)$$

공분산 행렬의 역행렬에서 $|\rho|$ 의 값이 1인 경우 공분산 행렬의 행렬식 자체가 0이 되어 역행렬을 구할 수 없게 되고 이는 공분산 행렬 \mathbf{C}_{ss} 의 랭크가 감소하여 특이 행렬이 된다는 것을 알 수 있다. 그러므로 공분산 행렬의 부분 공간을 구할 수 없게 된다. 따라서, MVDR, MUSIC, ESPRIT, root-MUSIC의 성능이 급

격히 저하된다. $|\rho|$ 의 값이 1보다 작아 랭크가 감소하지 않더라도 행렬의 조건수가 커져 여전히 성능의 열화가 발생한다. 따라서, 위의 네 도래 각 추정 알고리즘들은 최근 상관 관계를 갖는 다중 경로 환경에서 도래 각을 추정해야 하는 첨단 운전자 보조 시스템(ADAS)와 자율 주행 자동차에 필요한 자동차 레이더(automotive radar)와 같은 분야에서 사용되기 어렵다⁴⁹⁾.

이러한 문제점 때문에 여러 신호들이 상관 관계가 있을 때에도 도래 각을 잘 추정할 수 있는 알고리즘들이 많이 개발되어왔다. 먼저, 1980, 90년대에 Spatial smoothing^[20,21]과 Forward/backward spatial smoothing^[22], matrix pencil^[23,24]을 이용한 기법이 제안되었고 ESPRIT 알고리즘을 발전시킨 Unitary ESPRIT^[25,26] 또한 제안되었다. 2012년에는 support vector machine (SVM)과 MUSIC을 결합한 SVM-MUSIC^[27]이 제안되었다. 그 후로도 particle swarm optimization (PSO)를 사용하여 Maximum likelihood (ML)을 계산하는 ML-PSO^[28] 알고리즘도 제안되었으며 최근에는 compressive sensing (CS)를 이용한 방법이 활발히 연구되고 있다. CS를 이용한 방식에는 orthogonal matching pursuit을 기반으로 한 greedy 알고리즘^[29] 과 atomic norm minimization^[30], sparse Bayesian learning을 이용한 알고리즘^[31]이 있다. 이 외에도 CS를 이용한 도래 각 추정 알고리즘은 RM-FOCUSS 알고리즘을 이용한 방법^[32]을 포함하여 계속해서 연구되고 있다. 이 이후에는 안테나의 coprime 배열 구조를 이용한 방식도 제안되었다^[33,34]. 이 외에도 상관 관계를 갖는 다중 신호 검출을 위하여 여러 방법들^[35]이 지속적으로 제안되고 있으며 가장 최근에는 전처리 과정을 통한 공분산 행렬의 재건을 기반으로 한 방법^[52]이 제안되었다.

VI. 최신 알고리즘 개발 동향 II:

Deep-Learning 기반의 도래 각 추정 알고리즘

MVDR 알고리즘을 통해 도래각을 추정하기 위해서는 신호의 공분산 행렬의 역행렬 연산이 필요하며 MUSIC, ESPRIT 그리고 Root-MUSIC 알고리즘을 이용하여 도래각을 추정하기 위해서는 공분산 행렬의 고유값 분해를 수행하는 과정이 필요하다. 하지만, 이러한 역행렬이나 고유값 분해 과정은 계산 과정이 복잡할 뿐만 아니라 정확한 도래각 추정을 위해서는 여러 스냅샷들로 모은 수신 신호를 통해 공분산 행렬을 최대한 실제 공분산 행렬과 유사하게 만들 수 있어야

한다. 하지만, 이러한 스냅샷들로 계산한 표본 공분산 행렬이 실제 공분산 행렬과 유사하게 만들기 위해서는 굉장히 많은 표본이 필요하다. 특히, 낮은 SNR 영역에서는 정확한 도래각 추정을 위해 더 많은 표본이 필요할 수밖에 없고 많은 표본을 가지고 공분산 행렬을 추정하더라도 일정치 이하의 SNR 영역에서는 도래각을 더 이상 정확히 추정하는 것이 불가능하다. 게다가, 앞에서 소개한 도래 각 추정 기법들은 사전에 신호가 도래하는 각도를 미리 알고 있어야 한다. 따라서, 이러한 한계점들과 더불어 최근 딥러닝(Deep-Learning)의 발전으로 인해 딥러닝 기반의 도래 각 추정 알고리즘이 개발되고 있다.

딥러닝을 이용하여 도래각을 추정하는 기법들은 기존의 도래각 추정 알고리즘들의 단점들을 극복할 수 있다. 스냅샷의 개수가 적을 때 발생하는 실제 공분산 행렬과 표본 공분산 행렬의 오차로 인해 발생하는 추정 오차를 없애기 위해서는 기존의 방법들은 많은 표본 스냅샷들을 필요로 했지만 딥러닝 기반의 도래각 추정 알고리즘은 이러한 오차에 강인하다. 따라서, 낮은 SNR 영역에서도 기존보다 더 적은 스냅샷의 개수를 통해 표본 공분산을 계산하더라도 좋은 추정 성능을 보인다. 이러한 장점을 통해 딥러닝 기반의 도래 각 추정 알고리즘은 상관 관계를 갖는 다중 신호 검출 동향에서와 마찬가지로 공분산 행렬을 계산하기 위한 스냅샷을 많이 얻을 수 없어 적은 스냅샷만으로도 정확히 도래 각을 빠르게 추정해야 하는 자동차 레이더와 같은 분야에서 적용될 수 있다⁵⁰⁾.

딥러닝 기반의 도래각 추정 알고리즘은 여러 fully connected (FC) layer를 사용하는 deep neural network (DNN) 기반의 도래각 추정 알고리즘^[38]과 multi-layer perceptron (MLP) 기반의 도래각 추정 알고리즘^[39]뿐 아니라 1차원의 필터를 이용하는 convolution neural network (CNN) 기반의 도래각 추정 알고리즘^[40]까지 최근에 많은 연구가 진행되어왔으며 그로 인해 딥러닝을 도래각 추정에 통합하는 시도가 성공적인 성과를 이루어 왔다. 또한, 음성 처리 관점에서 광대역 신호의 도래각 추정을 위한 CNN 기반의 알고리즘^[41,42]이 비교적 최근에 제안되었으며, 이 외에도 하나의 스냅샷만을 가지고 표본 공분산을 계산하여 도래 각을 추정하는 DNN 기반의 도래 각 추정 알고리즘^[43]이 제안되었다. 이러한 기법들뿐만 아니라 long short term memory (LSTM) 기반의 알고리즘^[51]을 포함하여 딥러닝을 활용한 많은 도래각 추정 방법 들^[44-46,53]이 연구되었으며 대화자 음성 인식(multi-talker speech recognition) 분야에서도 딥러닝

기반의 도래 각 추정 알고리즘^[54]이 연구되었다. 그 중에서도, 본 논문에서는 2차원의 convolutional layer를 사용하는 CNN 기반의 도래각 추정 알고리즘^[47]에 대해서 소개할 것이다.

[47]에서 사용하는 CNN은 복소수인 공분산 행렬의 실수 부분과 허수 부분 그리고 위상으로 포함된 멀티 채널 데이터를 이용한다. 또한, 2차원의 convolutional layer를 이용하며 여러 개의 신호에 대한 도래각을 바로 추정한다. 2차원의 convolutional layer와 멀티 채널 데이터는 낮은 SNR 영역에서도 인풋 데이터의 특징들을 잘 반영하여 강인한 도래각 추정을 가능하게 한다. 또한, 도래각 추정과 함께 신호의 개수까지도 추정하는 것이 가능하다. 따라서, 기존의 도래각 추정 알고리즘들에 비해 더 적은 표본의 개수만으로도 강인하게 도래각을 추정할 수 있으며 도래각과 함께 신호의 개수까지 같이 추정이 가능하므로 사전에 신호의 개수까지 미리 알 필요가 없다는 장점이 존재한다.

[47]에서의 도래각 추정은 딥러닝을 이용한 multilabel classification 문제로 생각하여 해결한다. 기존에 소개한 도래각 추정 알고리즘인 Bartlett과 MVDR, MUSIC과 같이 임의의 $2G + 1$ 개의 그리드를 설정하여 각 그리드를 label로 생각하고 신호의 도래각을 어느 label에 속하는지 classification하는 것과 같다. 이때, 그리드 \mathcal{G} 는 $\mathcal{G} = \{-G\rho, \dots, -\rho, 0^\circ, \rho, \dots, G\rho\} \subset [-90^\circ, 90^\circ]$ 이고 이로 인해 그리드의 개수가 $2G + 1$ 개가 된다. CNN의 인풋 데이터 \mathbf{X} 는 $M \times M \times 3$ 크기의 실수로 이루어진 행렬이며 3번째 차원이 각 채널을 의미한다. 따라서, 인풋 데이터의 각 3번째 차원은 $\mathbf{X}_{:,1} = \text{Re}\{\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}\}$, $\mathbf{X}_{:,2} = \text{Im}\{\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}\}$ 그리고 $\mathbf{X}_{:,3} = \angle\{\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}\}$ 를 나타낸다. CNN의 구조는 총 8개의 layer로 이루어져 있으며 처음 4개의 layer는 2차원의 convolutional layer 그리고 그 후에 4개의 layer는 FC layer로 이루어져있으며 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$f(\mathbf{X}) = f_8(f_7(\dots f_1(\mathbf{X}))) = \mathbf{z}. \quad (57)$$

이때, \mathbf{z} 는 CNN의 아웃풋을 의미한다. f_1 부터 f_4 까지의 convolutional layer는 전부 $n_c = 256$ 개의 필터로 이루어져있고 비선형 활성화 함수로 ReLU 함수를 사용한다. 커널의 사이즈는 $\kappa \times \kappa$ 이며 f_1 에 대해서는 $\kappa = 3$, 나머지 layer에 대해서는 $\kappa = 2$ 이다. 또한, 스트라이드 δ 는 f_1 에 대해서는 $\delta = 2$, 나머지 layer에 대

해서는 $\delta = 1$ 이다. 각각의 필터에 대해서 인풋 데이터 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M \times M \times 3}$ 와 커널 $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{\kappa \times \kappa \times 3}$ 을 가지고 첫 번째 layer를 통과한 결과는 $N \times N$ 크기의 행렬이며 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$(\mathbf{X} * \mathbf{K})_{n,m} = \sum_{i=1}^{\kappa} \sum_{j=1}^{\kappa} \sum_{k=1}^3 K_{i,j,k} X_{\delta(m-1)+i, \delta(n-1)+j, k}, \quad (58)$$

$n, m = 1, \dots, N$ 이고 이때, $N = \lfloor (M - \kappa) / \delta \rfloor + 1$ 이다. 따라서, p 번째 layer에서 q 번째 필터의 convolution 연산은 $\mathbf{X}^{[0]} = \mathbf{X}$ 이고 $M^{[0]} = N, n_c^{[0]} = 3$ 인 $M^{[p-1]} \times M^{[p-1]} \times n_c^{[p-1]}$ 크기의 인풋 데이터 $\mathbf{X}^{[p-1]}$ 와 $\kappa^{[p]} \times \kappa^{[p]} \times n_c^{[p-1]}$ 크기의 커널 $\kappa_q^{[p]}$, 스트라이드 $\delta^{[p]}$ 그리고 bias $b_q^{[p]}$ 를 가지고 $M^{[p]} \times M^{[p]}$ 크기의 아웃풋 데이터 $\mathbf{X}_q^{[p]} = \mathbf{X}^{[p-1]} * \mathbf{K}_q^{[p]}$ 을 만들어낸다. 아웃풋 데이터를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & (\mathbf{X}^{[p-1]} * \mathbf{K}_q^{[p]})_{n,m} \\ &= \sum_{i=1}^{\kappa^{[p]}} \sum_{j=1}^{\kappa^{[p]}} \sum_{k=1}^{n_c^{[p-1]}} K_{i,j,k}^{q,[p]} X_{\delta^{[p]}(m-1)+i, \delta^{[p]}(n-1)+j, k}^{[p-1]} + b_q^{[p]}, \end{aligned} \quad (59)$$

$n, m = 1, \dots, N$ 이고 $q = 1, \dots, n_c^{[p]}$ 이다. 모든 필터에 대해서 아웃풋 데이터를 모으면 $M^{[p]} \times M^{[p]} \times n_c^{[p]}$ 크기의 텐서 $\mathbf{X}^{[p]}$ 가 만들어진다. 따라서, p 번째 layer에서 학습된 파라미터의 수는 필터에 대해서 $(\kappa^{[p]} \times \kappa^{[p]} \times n_c^{[p-1]}) \times n_c^{[p]}$ 개와 bias에 대해서 $n_c^{[p]}$ 이다.

Convolutional layer를 통과한 이후에는 4개의 FC layer를 통과하게 된다. 이 때 각각의 FC layer는 4096, 2048, 1024 그리고 $2G + 1$ 개의 뉴런으로 이루어져 있고 각 layer 별로 ReLU 함수와 dropout layer가 뒤에 붙는다. 예외적으로 마지막 FC layer인 \mathcal{L}_8 만이 ReLU 함수 대신 Sigmoid 함수가 사용되며 모든 layer에 붙어있는 dropout layer는 30%의 확률로 weight들이 0으로 설정되어 데이터를 기억하는 것 대신에 학습되도록 한다. FC layer도 convolutional layer와 마찬가지로 p 번째 layer에 대해서 인풋 데이터 $\mathbf{c}^{[p-1]} \in \mathbb{R}^{V^{[p-1]}}$ 를 가중치 $\mathbf{W}^{[p]} \in \mathbb{R}^{V^{[p]} \times V^{[p-1]}}$

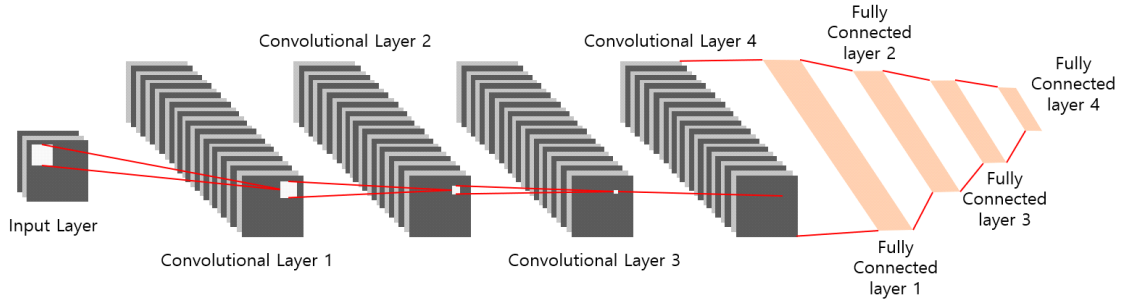


그림 2. CNN의 구조
Fig. 2. The architecture of the CNN.

와 bias $\mathbf{b}_{FC}^{[p]} \in \mathbb{R}^{V^{[p]}}$ 를 통해 아웃풋 데이터 $\mathbf{c}^{[p]} \in \mathbb{R}^{V^{[p]}}$ 로 매핑한다. 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{c}^{[p]} = \mathbf{W}^{[p]}\mathbf{c}^{[p-1]} + \mathbf{b}_{FC}^{[p]}, \quad (60)$$

이때, 파라미터 집합 $\theta^{[p]} = \{\mathbf{W}^{[p]}, \mathbf{b}_{FC}^{[p]}\}$ 가 트레이닝 동안 계속해서 학습되어 최적화된다. 마지막 FC layer의 비선형 활성화 함수가 Sigmoid 함수이기 때문에 최종 아웃풋 값이 $[0,1]$ 영역의 실수로 나오게 되며 이는 각 원소별로 예상한 label의 확률을 의미한다. 지금까지 소개한 CNN 구조는 그림 2와 같다.

트레이닝 데이터는 SNR별로 그리드 내에서 신호의 개수만큼 가능한 모든 조합의 데이터로 구성된다. 예를 들어, $[-90^\circ, 90^\circ]$ 의 1° 씩 총 181개의 그리드로 설정하고 신호의 개수가 3개라면 $\binom{181}{3} = 971970$ 개의 트레이닝 데이터를 만들 수 있다. 하지만 만약

신호의 개수가 몇 개인지는 정확히 알 수 없지만 최대 $L_{\max} = 3$ 개 이하라는 부분적인 정보만을 가지고 있다면, CNN을 학습하기 위해 사용하는 트레이닝 데이터의 개수는 $\sum_{l=1}^{L_{\max}=3} \binom{181}{l} = 988441$ 개이다. 따라서, 학습시키고자 하는 SNR의 영역이 $\{-20, -15, -10, -5, 0\}$ dB라면 신호의 개수가 3개로 알 경우 $5 \times 971970 = 4859850$ 개 그리고 신호의 개수가 3개 이하이지만 정확히 몇 개인지는 모를 경우에는 $5 \times 988441 = 4942205$ 개의 트레이닝 데이터를 가지고 CNN의 학습을 진행한다. CNN의 학습은 offline으로 진행되며 전체 트레이닝 데이터의 90%를 임의로 선택하여 학습 데이터로 활용하고 나머지 10%를 통해 검증 데이터로 이용한다. [47]에서 사용하는 CNN 파라미터의 update 및 최적화는 Adam^[48]을 사용하며 learning rate은 0.001이다. 이 외의 구체적인 파라미터 값이나 결과는 [47]에서 확인할 수 있다.

표 2는 본 논문의 IV 장에서 소개한 대표적인 다섯 가지 알고리즘과 VI 장에서 소개한 딥러닝 기반 알고

표 2. 도래 각 추정 알고리즘 요약
Table 2. Summary of DoA estimation algorithms.

	빔 형성 방식		부분 공간 방식		근 탐색 방식	딥러닝 기반 알고리즘[47]
	Bartlett [6], [7]	MVDR [4]-[7]	MUSIC [6]-[15]	ESPRIT [7], [9]-[14], [17]	Root-MUSIC [7], [12]-[15], [17]	
알고리즘의 결과	Pseudo spectrum	Pseudo spectrum	Pseudo spectrum	도래 각	도래 각	도래 각
전력 탐색 과정	필요	필요	필요	불필요	불필요	불필요
스냅샷의 개수	다수의 스냅샷	다수의 스냅샷	다수의 스냅샷	다수의 스냅샷	다수의 스냅샷	비교적 적은 수의 스냅샷
신호 개수에 대한 사전 정보	필요	필요	필요	필요	필요	불필요
낮은 SNR 환경에서의 강인함	매우 낮음	낮음	중간	높음	높음	매우 높음
사전 훈련	불필요	불필요	불필요	불필요	불필요	필요

리즘인 [47]의 여러 특징들을 요약한 표이다. 이때, 낮은 SNR 환경에서의 강인함은 SNR이 낮아질수록 분해능이나 추정 정확도와 같은 추정 성능이 얼마나 잘 유지되는지를 상대적으로 나타낸 지표이다. Bartlett과 MVDR 그리고 MUSIC과 같이 알고리즘의 아웃풋이 pseudo spectrum으로 나타나는 경우 어느정도 낮은 SNR 이하에서는 전력이 합쳐져 가까운 두 신호를 구분할 수 없지만 도래 각을 바로 찾는 ESPRIT과 Root-MUSIC 그리고 딥러닝 기반 도래 각 추정 알고리즘은 바로 도래 각을 추정하기 때문에 비교적 분해능이 높다. 그 중에서도, 극도로 낮은 SNR 영역에서는 딥러닝 기반의 알고리즘이 [47]의 결과에서 비교적 높은 추정 정확도를 보이기 때문에 상대적으로 가장 높은 강인함을 유지한다고 생각할 수 있다. 또한, 딥러닝 기반의 도래 각 추정 알고리즘은 비교적 적은 수의 스냅샷만을 가지고도 사전에 신호의 개수가 몇 개인지를 모르는 상태에서 도래 각을 추정하는 것이 가능하다는 장점이 있다. 하지만, 사전에 훈련을 통해 데이터를 학습시키는 과정이 필수적으로 요구된다는 단점도 존재한다.

VII. 시뮬레이션 결과

이번 장에서는 각 알고리즘의 성능을 배열 안테나의 수, SNR, 스냅샷의 수에 따라 시뮬레이션하여 그 결과를 바탕으로 비교한다. 이때, 수신 신호의 공분산이 앙상블 (Ensemble) 평균으로 구해져야 하지만 실제 환경에서는 앙상블 평균을 구할 수 없으므로 표본화된 시간의 평균으로 공분산을 구한다. 스냅샷은 그 시간 평균을 구하기 위해 사용된 표본의 개수를 의미한다.

모든 각도의 전력을 계산함으로써 전력의 극대점을 찾는 방식인 Bartlett, MVDR, MUSIC은 신호의 각도가 가까울 때와 멀 때의 전력 그래프를 통해 성능을 비교한다. 반면, 추정 각도를 바로 얻을 수 있는 ESPRIT, root-MUSIC은 추정된 각도와 실제 각도의 평균 제곱 오차를 통해 변수가 바뀔 때 따라 어떻게 성능이 바뀌는지를 CRLB와 함께 비교하여 볼 것이다. 또한, 이러한 시뮬레이션을 신호가 상관성이 있을 때와 없을 때, 두 경우에 대해서 모두 진행한다.

먼저 신호의 상관성이 없는 경우에 대해서 Bartlett, MVDR, MUSIC의 각도에 따른 전력 그래프를 보기 위해 다음과 같이 설정하였다. SNR이 10dB, 안테나의 개수는 16개, 스냅샷이 200개인 상황에서 4개의 신호가 5, 20, 30, 50도의 각도로 도래한다고 가정하

였고 그에 따른 그래프는 다음의 그림 3과 같다.

SNR과 안테나의 개수, 스냅샷이 충분히 클 때에는 Bartlett, MVDR, MUSIC 모두 정확히 5, 20, 30, 50도에서 극대값이 되어 쉽게 도래 각을 추정할 수 있다. 하지만 이번에는 같은 조건에서 5도가 아닌 18도로 도래한다고 가정하면 다음과 같은 결과의 그림 4가 된다.

각도가 가까워지자 각도를 제외한 조건이 모두 동일한 상황임에도 MUSIC은 4개의 극대점을 찾았지만 Bartlett과 MVDR은 18도와 20도의 전력이 하나로 합쳐져 3개의 극대점만이 생겼다. 이를 통해 MUSIC의 분해능이 셋 중 제일 높다는 것을 알 수 있다.

다음으로 ESPRIT과 root-MUSIC의 성능을 알아보

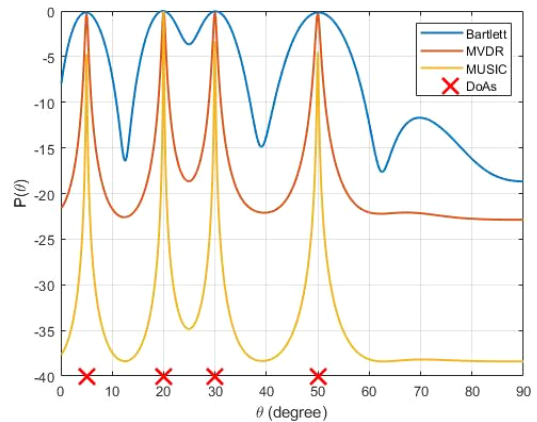


그림 3. Bartlett, MVDR, MUSIC의 전력($\theta = 5^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 50^\circ, \rho = 0$)
Fig. 3. Power of Bartlett, MVDR, MUSIC($\theta = 5^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 50^\circ, \rho = 0$)

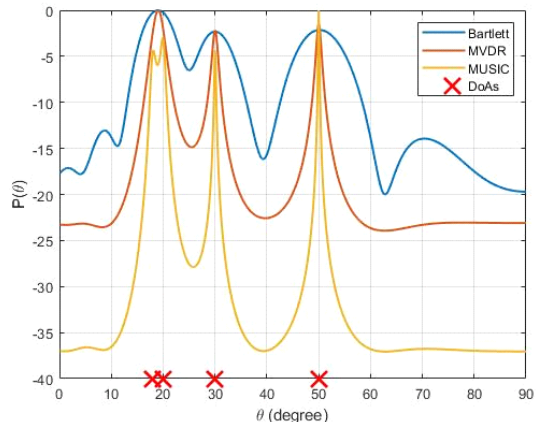


그림 4. Bartlett, MVDR, MUSIC의 전력($\theta = 18^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 50^\circ, \rho = 0$)
Fig. 4. Power of Bartlett, MVDR, MUSIC($\theta = 18^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 50^\circ, \rho = 0$).

기 위해 배열 안테나의 수, SNR, 스냅샷의 수에 따라 평균 제곱 오차를 계산하여 그래프로 나타내었다. 이 시뮬레이션의 경우에도 신호의 상관성이 없다고 가정 한 경우이다. 이때, SNR이 10dB, 안테나의 개수가 8 개, 스냅샷이 10개의 변수 조건을 고정시켜 두고 3개 중 하나의 변수만을 변경하면서 모든 변수 변화에 따른 시뮬레이션을 수행하였다. 그리고 신호가 배열 안테나로 입사하는 각도는 18, 22, 50도로 설정하였다. 그 중에서, 안테나의 개수가 8개, 스냅샷이 10개의 조건을 고정시키고 SNR을 0dB에서 20dB까지 변화시켜가며 평균 제곱 오차를 계산한 결과는 다음의 그림 5와 같다.

SNR이 0에서 20db까지 증가하면서 ESPRIT과 root-MUSIC 모두 평균 제곱 오차가 점점 감소함과 동시에 CRLB에 매우 근접하게 되는 것을 확인할 수가 있다. 또한, root-MUSIC이 ESPRIT보다 모든 각도에서 평균 제곱 오차가 낮다. 따라서, root-MUSIC이 조금 더 정확하게 추정하고 있음을 알 수 있다. 또한, 예상할 수 있듯이 18도와 22도 즉, 각도가 가까운 신호의 도래 각 추정에 대한 평균 제곱 오차가 비교적 멀리 떨어진 50도의 각도보다 크다는 것도 확인할 수 있다.

다음으로 입사하는 각도가 18, 22, 50도로 동일하고 SNR이 10dB, 안테나의 개수가 8개를 고정한 채로 스냅샷의 개수를 100개에서 1000개까지 증가시키며 평균 제곱 오차를 계산한 결과의 그래프는 그림 6과 같다.

이번에도 스냅샷이 많아질수록 평균 제곱 오차가

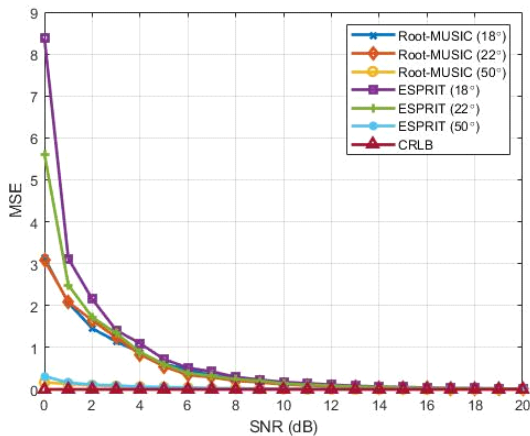


그림 5. ESPRIT, root-MUSIC의 SNR에 따른 평균 제곱 오차($\rho = 0$)
Fig. 5. Mean Square Error (MSE) of ESPRIT, root-MUSIC according to SNR($\rho = 0$)

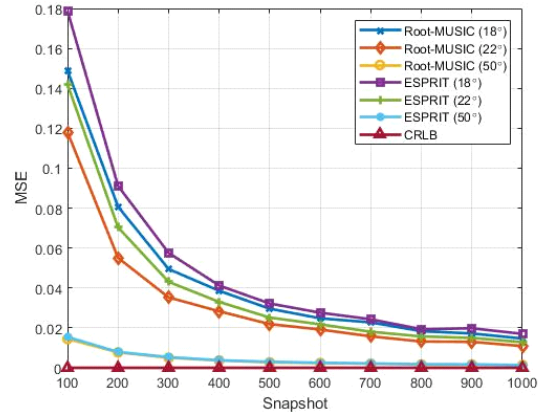


그림 6. ESPRIT, root-MUSIC의 스냅샷 개수에 따른 평균 제곱 오차($\rho = 0$)
Fig. 6. MSE of ESPRIT, root-MUSIC according to the number of snapshots($\rho = 0$)

점점 감소하면서 CRLB에 근접하게 된다. 또한, root-MUSIC이 ESPRIT보다 조금 더 좋은 성능을 보였다.

마지막으로, 나머지는 고정한 채로 안테나의 개수를 5개에서 12개로 늘리며 평균 제곱 오차를 계산한 결과는 다음의 그래프인 그림 7과 같다.

안테나의 개수에 따른 변화도 이전과 같은 양상을 보이며 안테나의 개수가 많아짐에 따라 평균 제곱 오차가 감소함과 동시에 CRLB에 근접한다는 것을 확인할 수 있다. 하지만, 이전의 시뮬레이션과 다른 한가지는 ESPRIT과 root-MUSIC의 성능 차이가 근소하다는 것이다. SNR과 스냅샷의 개수에 따른 평균 제곱 오차를 보는 시뮬레이션에서는 ESPRIT이 비록 큰 차

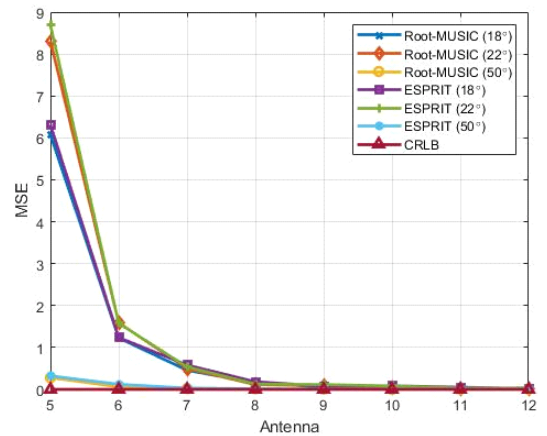


그림 7. ESPRIT, root-MUSIC의 안테나 개수에 따른 평균 제곱 오차($\rho = 0$)
Fig. 7. MSE of ESPRIT, root-MUSIC according to the number of antennas($\rho = 0$).

이는 아니지만 root-MUSIC보다 더 안좋은 성능을 보였다는 것을 확인할 수 있었지만 안테나의 개수가 적은 상황에서는 root-MUSIC의 성능 열화가 다른 변수가 바뀔 때 보다 크게 일어나 ESPRIT과 거의 근접한 수준으로 평균 제곱 오차가 나타났다.

다음으로 상관 관계를 갖는 신호에 대한 시뮬레이션이다. 신호의 상관성은 5도와 20도, 18도와 20도의 신호 즉, 왼쪽에서 첫번째와 두번째 신호에 대해서만 상관성이 있도록 시뮬레이션 하였다. 먼저 Bartlett, MVDR, MUSIC의 전력 그래프는 그림 8 그리고 그림 9와 같다.

상관성이 없는 신호에 대한 시뮬레이션에서는 확연히 극대점을 확인할 수 있었지만 상관계수가 1인 상

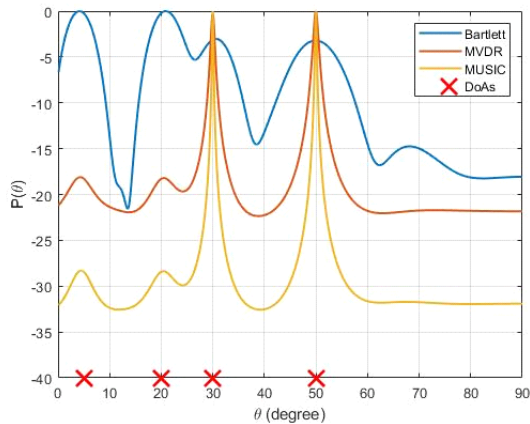


그림 8. Bartlett, MVDR, MUSIC의 전력($\theta = 5^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 50^\circ, \rho = 1$)
 Fig. 8. Power of Bartlett, MVDR, MUSIC($\theta = 5^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 50^\circ, \rho = 1$).

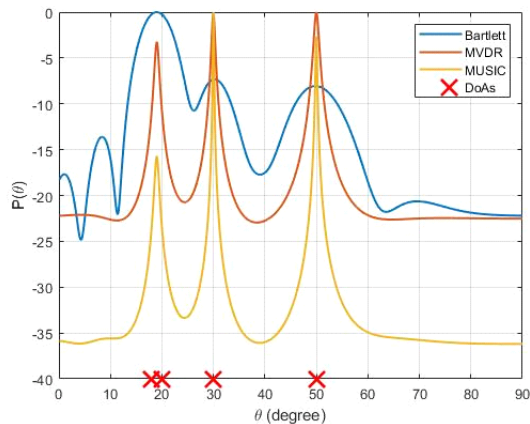


그림 9. Bartlett, MVDR, MUSIC의 전력($\theta = 18^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 50^\circ, \rho = 1$)
 Fig. 9. Power of Bartlett, MVDR, MUSIC($\theta = 18^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 50^\circ, \rho = 1$).

황에서는 MUSIC과 MVDR의 성능이 저하된 것을 확인할 수가 있다. 하지만 Bartlett의 경우는 성능의 저하가 크게 일어나지 않는데, 이는 다른 알고리즘들과 다르게 공분산 행렬의 역행렬이나 부분 공간을 이용하지 않기 때문이다. 다음으로 각도가 18, 20도로 가깝게 입사하는 경우에 신호가 상관성이 없을 때에는 MUSIC이 두 각도의 신호를 구분하여 극대점을 모두 찾았지만 이번에는 하나로 합쳐져 두 각도를 구분하지 못하였다.

마지막으로 ESPRIT과 root-MUSIC의 성능을 신호가 상관 관계가 있을 때에 대해서 알아보려고 한다. 앞의 시뮬레이션과 유일한 차이점은 상관계수를 0에서 다른 값으로 변경하여 18도와 22도의 신호에 대해서 상관성이 있도록 했다는 것이다. 또한, 신호의 상관 계수 ρ 는 SNR이 변화할 때에는 0.2, 스냅샷의 개수가 변화할 때에는 0.5, 안테나의 개수가 변화할 때에는 0.1로 시뮬레이션 하였다. 이 이유는 root-MUSIC과 ESPRIT이 상관 계수가 너무 커지게 되면 도래 각을 추정하는데 척박한 환경 즉, SNR과 스냅샷의 개수, 안테나의 개수가 작은 경우에 대해서 제대로 각도를 추정하지 못했기 때문이다. 따라서 이에 대한 결과는 다음의 그래프인 그림 10, 그림 11 그리고 그림 12와 같다.

먼저 SNR의 변화에 따른 시뮬레이션 결과는 ρ 가 0일 때와 전체적인 경향성은 똑같지만 평균 제곱 오차가 증가했음을 알 수 있다. 신호의 상관 계수가 0일 때에는 최대 평균 제곱 오차의 값이 대략 8과 9사이의 값을 나타낸 반면 신호의 상관계수가 0.2일 때에는 70보다도 큰 값을 나타내어 성능의 큰 열화가 발생했음

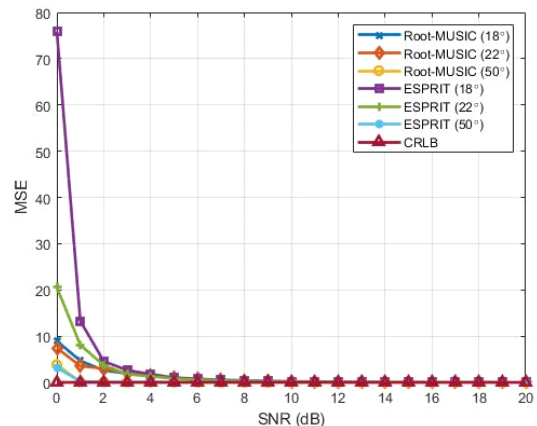


그림 10. ESPRIT, root-MUSIC의 SNR에 따른 평균 제곱 오차($\rho = 0.2$)
 Fig. 10. MSE of ESPRIT, root-MUSIC according to SNR($\rho = 0.2$)

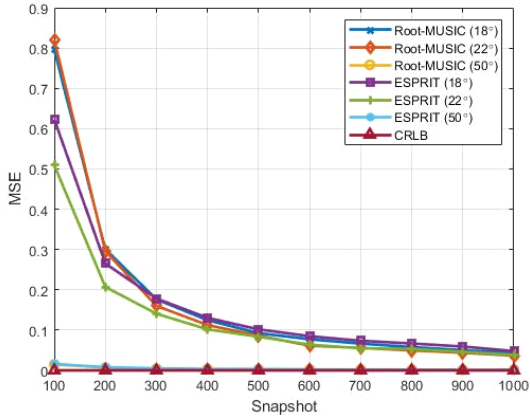


그림 11. ESPRIT, root-MUSIC의 스냅샷 개수에 따른 평균 제곱 오차($\rho = 0.5$)
 Fig. 11. MSE of ESPRIT, root-MUSIC according to the number of snapshots($\rho = 0.5$)

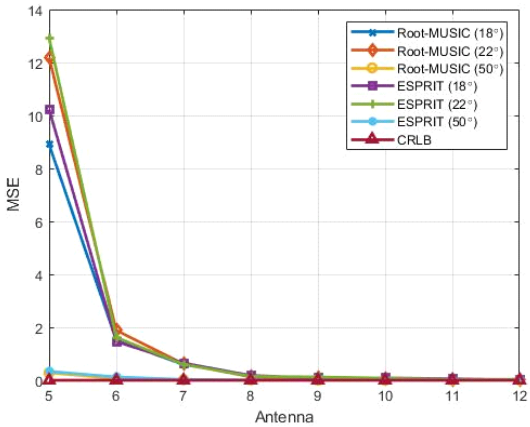


그림 12. ESPRIT, root-MUSIC의 안테나 개수에 따른 평균 제곱 오차($\rho = 0.1$)
 Fig. 12. MSE of ESPRIT, root-MUSIC according to the number of antennas($\rho = 0.1$).

을 알 수 있다. 다음으로 스냅샷의 개수에 따른 변화에 대한 시뮬레이션 결과에서는 상관관계수 ρ 가 0일 때와 0.5일 때의 차이가 확연히 눈에 띄는데 그것은 root-MUSIC이 급격히 평균 제곱 오차가 증가했다는 것이다. 원래 ESPRIT 보다 평균 제곱 오차가 작았지만 ρ 가 0.5로 신호가 상관성이 생기게 되자 root-MUSIC의 성능이 더 안좋아지게 되었다. 마지막으로 안테나의 개수에 따른 시뮬레이션 결과는 SNR을 변화시켰을 때와 마찬가지로 알고리즘의 평균 제곱 오차의 경향성은 크게 바뀌지 않고 평균 제곱 오차의 값만 커지게 되었다는 것을 확인할 수 있다. 비록 ρ 가 0.1로 크게 상관성이 있는 신호는 아니지만 상관

성이 생기는 것만으로도 평균 제곱 오차가 증가하여 성능에 지장이 생기는 것을 알 수 가 있다. 안테나가 충분한 경우에 대해서 ρ 가 더 커지게 된다면 더 큰 성능의 열화가 생길 수 있을 것이다.

VIII. 결론

본 논문에서는 배열 안테나를 사용하는 여러 시스템에서 도래 각 추정 문제를 위한 신호 모델을 소개하고 그 모델에서 도래 각을 추정하는데 이론적 추정 한계치인 CRLB를 설명하였다. 그리고 이를 바탕으로 지난 50년간 학계에서 제안된 대표적인 도래 각 추정 알고리즘을 세 가지 방식으로 분류하여 설명하였다. 본 논문에서 소개한 다섯 가지의 알고리즘은 계산 복잡도와 평균 제곱 오차를 이용한 추정 정확도 측면에서 간단한 시뮬레이션을 통해 비교 및 분석하여 알고리즘 성능의 유효성을 검증하였다.

하지만 본 논문에서 소개한 도래 각 추정 알고리즘은 신호들이 서로 상관 관계가 있으면 급격히 성능이 나빠진다는 한계점이 존재한다. 따라서, 상관 관계를 갖는 다중 신호 검출 방법들에 대한 동향을 알아보았으며 이외에 최근 딥러닝의 발전으로 딥러닝을 이용한 도래 각 추정 알고리즘이 계속해서 개발되고 있다. 이러한 딥러닝 기반 도래 각 추정 알고리즘의 동향과 함께 그 중에서 대표적인 하나의 알고리즘 또한 소개 하였다.

앞으로 무선 통신과 레이더 이외에도 배열 안테나를 사용하는 여러 시스템에서 도래 각을 추정할 때, 상관 관계를 갖는 신호의 도래 각을 추정하는 것이 필요하다. 따라서, ULA 뿐 아니라 여러 배치 모델의 배열 안테나로 확장하여 정확히 다중 신호를 검출할 수 있는 알고리즘을 개발하는 방향으로 계속해서 연구가 진행될 수 있을 것이다.

References

- [1] A. Gupta and R. K. Jha, "A survey of 5G network: Architecture and emerging technologies," *IEEE Access*, vol. 3, pp. 1206-1232, 2015. (<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2015.2461602>)
- [2] Y. Niu, et al., "A survey of millimeter wave communications (mmWave) for 5G: Opportunities and challenges," *Wireless Netw.*, vol. 21, no. 8, pp. 2657-2676, 2015.

- (<https://doi.org/10.1007/s11276-015-0942-z>)
- [3] M. Shafi, et al., "5G: A tutorial overview of standards, trials, challenges, deployment, and practice," *IEEE J. Sel. Areas in Commun.*, vol. 35, no. 6, pp. 1201-1221, 2017.
(<https://doi.org/10.1109/JSAC.2017.2692307>)
- [4] J. Li, P. Stoica, and Z. Wang, "On robust capon beamforming and diagonal loading," *IEEE Trans. Sign. Process.*, vol. 51, no. 7, pp. 1702-1715, 2003.
(<https://doi.org/10.1109/TSP.2003.812831>)
- [5] B.-C. Kim and I.-T. Lu, "High resolution broadband beamforming based on the MVDR method," in *OCEANS 2000 MTS/IEEE Conf. Exhibition, Cat. No. 00CH37158*, vol. 3, pp. 1673-1676, 2000.
(<https://doi.org/10.1109/OCEANS.2000.882181>)
- [6] A. Vesa and A. Iozsa, "Direction-of-arrival estimation for uniform sensor arrays," in *IEEE 2010 9th Int. Symp. Electron. and Telecommun.* pp. 249-252, 2010.
(<https://doi.org/10.1109/ISETC.2010.5679326>)
- [7] E. Gentilho, P. R. Scalassara, and T. Abrao, "Direction-of-arrival estimation methods: A performance-complexity tradeoff perspective," *J. Signal Process. Syst.*, vol. 92, no. 2, pp. 239-256, 2020.
(<https://doi.org/10.1007/s11265-019-01467-4>)
- [8] P. Stoica and A. Nehorai, "Music, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Process.*, vol. 37, no. 5, pp. 720-741, 1989.
(<https://doi.org/10.1109/29.17564>)
- [9] A. Paulraj, B. Ottersten, R. Roy, A. Swindlehurst, G. Xu, and T. Kailath, "16 subspace methods for directions-of-arrival estimation," *Handbook of Statistics*, vol. 10, pp. 693-739, 1993.
([https://doi.org/10.1016/S0169-7161\(05\)80082-3](https://doi.org/10.1016/S0169-7161(05)80082-3))
- [10] O. A. Oumar, M. F. Siyau, and T. P. Sattar, "Comparison between MUSIC and ESPRIT direction of arrival estimation algorithms for wireless communication systems," in *IEEE The First Int. Conf. Future Generation Commun. Technol.*, pp. 99-103, 2012.
(<https://doi.org/10.1109/FGCT.2012.6476563>)
- [11] T. B. Lavate, V. Kokate, and A. Sapkal, "Performance analysis of MUSIC and ESPRIT DOA estimation algorithms for adaptive array smart antenna in mobile communication," in *IEEE 2010 Second Int. Conf. Comput. and Netw. Technol.*, pp. 308-311, 2010.
(<https://doi.org/10.1109/ICCNT.2010.45>)
- [12] N. Waweru, D. Konditi, and P. Langat, "Performance analysis of MUSIC, root-MUSIC and ESPRIT DOA estimation algorithm," *Int. J. Electron. and Commun. Eng.*, vol. 8, no. 1, pp. 209-216, 2014.
(<https://doi.org/10.5281/zenodo.1091734>)
- [13] T. S. Dhope, "Application of MUSIC, ESPRIT and root MUSIC in DOA estimation," *Faculty of Electr. Eng. and Comput., University of Zagreb, Croatia*, 2010.
- [14] F. Li, H. Liu, and R. J. Vaccaro, "Performance analysis for DOA estimation algorithms: Unification, simplification and observations," *IEEE Trans. Aerospace and Electr. Syst.*, vol. 29, no. 4, pp. 1170-1184, 1993.
(<https://doi.org/10.1109/7.259520>)
- [15] A. Barabell, "Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction-finding algorithms," in *IEEE ICASSP'83*, vol. 8, pp. 336-339, 1983.
(<https://doi.org/10.1109/ICASSP.1983.1172124>)
- [16] R. Roy and T. Kailath, "Esprit-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Sign. Process.*, vol. 37, no. 7, pp. 984-995, 1989.
(<https://doi.org/10.1109/29.32276>)
- [17] B. D Rao and K. S. Hari, "Performance analysis of root-music," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Sign. Process.*, vol. 37, no. 12, pp. 1939-1949, 1989.
(<https://doi.org/10.1109/29.45540>)
- [18] P. Stoica and A. Nehorai, "Music, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound: Further results and comparisons," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Sign. Process.*, vol. 38,

- no. 12, pp. 2140-2150, 1990.
(<https://doi.org/10.1109/29.61541>)
- [19] T. E. Tuncer and B. Friedlander, *Classical and modern direction-of-arrival estimation*, Academic Press, 2009.
- [20] T.-J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Sign. Process.*, vol. 33, no. 4, pp. 806-811, 1985.
(<https://doi.org/10.1109/TASSP.1985.1164649>)
- [21] V. Reddy, A. Paulraj, and T. Kailath, "Performance analysis of the optimum beamformer in the presence of correlated sources and its behavior under spatial smoothing," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Sign. Process.*, vol. 35, no. 7, pp. 927-936, 1987.
(<https://doi.org/10.1109/TASSP.1987.1165239>)
- [22] S. U. Pillai and B. H. Kwon, "Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Sign. Process.*, vol. 37, no. 1, pp. 8-15, 1989.
(<https://doi.org/10.1109/29.17496>)
- [23] T. K. Sarkar and O. Pereira, "Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials," *IEEE Antennas and Propag. Mag.*, vol. 37, no. 1, pp. 48-55, 1995.
(<https://doi.org/10.1109/74.370583>)
- [24] N. Yilmazer, J. Koh, and T. K. Sarkar, "Utilization of a unitary transform for efficient computation in the matrix pencil method to find the direction of arrival," *IEEE Trans. Antennas and Propag.*, vol. 54, no. 1, pp. 175-181, 2006.
(<https://doi.org/10.1109/TAP.2005.861567>)
- [25] M. Haardt and M. E. Ali-Hackl, "Unitary esprit: How to exploit additional information inherent in the relational invariance structure," in *Proc. ICASSP'94*, vol. 4, pp. IV/229-IV/232, 1994.
(<https://doi.org/10.1109/ICASSP.1994.389832>)
- [26] M. Haardt and J. A. Nossek, "Unitary ESPRIT: How to obtain increased estimation accuracy with a reduced computational burden," *IEEE Trans. Sign. Process.*, vol. 43, no. 5, pp. 1232-1242, 1995.
(<https://doi.org/10.1109/78.382406>)
- [27] A. El Gonnouni, M. Martinez-Ramon, J. L. Rojo-Alvarez, G. Camps-Valls, A. R. Figueiras-Vidal, and C. G. Christodoulou, "A support vector machine MUSIC algorithm," *IEEE Trans. Antennas and Propag.*, vol. 60, no. 10, pp. 4901-4910, 2012.
(<https://doi.org/10.1109/TAP.2012.2209195>)
- [28] A. Sharma and S. Mathur, "Comparative analysis of ML-PSO DOA estimation with conventional techniques in varied multipath channel environment," *Wireless Pers. Commun.*, vol. 100, no. 3, pp. 803-817, 2018.
(<https://doi.org/10.1007/s11277-018-5350-0>)
- [29] A. Aich and P. Palanisamy, "On-grid DOA estimation method using orthogonal matching pursuit," in *IEEE 2017 ICSPC*, pp. 483-487, 2017.
(<https://doi.org/10.1109/CSPC.2017.8305896>)
- [30] W.-G. Tang, H. Jiang, and S.-X. Pang, "Grid-free DOD and DOA estimation for MIMO radar via duality-based 2d atomic norm minimization," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 60827-60836, 2019.
(<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2915189>)
- [31] R. R. Pote and B. D. Rao, "Robustness of sparse bayesian learning in correlated environments," in *IEEE ICASSP 2020*, pp. 9100-9104, 2020.
(<https://doi.org/10.1109/ICASSP40776.2020.9054451>)
- [32] Y. K. Seo, W.-S. Son, and H.-N. Kim, "Compressive sensing based DOA estimation for coherent signals," in *Proc. KICS Summer Conf.*, pp. 721-722, 2016.
- [33] Y. D. Zhang, S. Qin, and M. G. Amin, "DOA estimation exploiting coprime arrays with sparse sensor spacing," in *2014 IEEE ICASSP*, pp. 2267-2271, 2014.
(<https://doi.org/10.1109/ICASSP.2014.6854003>)
- [34] Z. Zheng, Y. Huang, W.-Q. Wang, and H. C.

- So, "Direction-of-arrival estimation of coherent signals via coprime array interpolation," *IEEE Sign. Process. Lett.*, vol. 27, pp. 585-589, 2020.
(<https://doi.org/10.1109/LSP.2020.2982769>)
- [35] Y. Zhang and Z. Ye, "Efficient method of DOA estimation for uncorrelated and coherent signals," *IEEE Antennas and Wireless Propag. Lett.*, vol. 7, pp. 799-802, 2008.
(<https://doi.org/10.1109/LAWP.2008.2001420>)
- [36] Y. LeCun, Y. Bengio, and G. Hinton, "Deep learning," *Nature*, vol. 521, pp. 436-444, 2015.
(<https://doi.org/10.1038/nature14539>)
- [37] I. Goodfellow, Y. Bengio, and A. Courville, *Deep learning*, MIT press, 2016.
- [38] Y. Kase, et al., "DOA estimation of two targets with deep learning," *IEEE 2018 15th WPNC*, pp. 1-5, 2018.
(<https://doi.org/10.1109/WPNC.2018.8555814>)
- [39] Z.-M. Liu, C. Zhang, and S. Y. Philip, "Direction-of-arrival estimation based on deep neural networks with robustness to array imperfections," *IEEE Trans. Antennas and Propag.*, vol. 66, no. 12, pp. 7315-7327, 2018.
(<https://doi.org/10.1109/TAP.2018.2874430>)
- [40] L. Wu, Z.-M. Liu, and Z.-T. Huang, "Deep convolution network for direction of arrival estimation with sparse prior," *IEEE Sign. Process. Lett.*, vol. 26, no. 11, pp. 1688-1692, 2019.
(<https://doi.org/10.1109/LSP.2019.2945115>)
- [41] S. Chakrabarty and E. A. P. Habets, "Broadband DOA estimation using convolutional neural networks trained with noise signals," *2017 IEEE WASPAA*, pp. 136-140, 2017.
(<https://doi.org/10.1109/WASPAA.2017.8170010>)
- [42] S. Chakrabarty and E. A. P. Habets, "Multi-speaker DOA estimation using deep convolutional networks trained with noise signals," *IEEE J. Sel. Topics in Sign. Process.*, vol. 13, no. 1, pp. 8-21, 2019.
(<https://doi.org/10.1109/JSTSP.2019.2901664>)
- [43] E. Ozanich, P. Gerstoft, and H. Niu, "A deep network for single-snapshot direction of arrival estimation," *2019 IEEE 29th Int. Wkshp. MLSP*, pp. 1-6, 2019.
(<https://doi.org/10.1109/MLSP.2019.8918746>)
- [44] H. Huang, et al., "Deep learning for super-resolution channel estimation and DOA estimation based massive MIMO system," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 67, no. 9, pp. 8549-8560, 2018.
(<https://doi.org/10.1109/TVT.2018.2851783>)
- [45] L. Wan, et al., "Deep learning based autonomous vehicle super resolution DOA estimation for safety driving," *IEEE Trans. Intell. Transport. Syst.*, vol. 22, no. 7, pp. 4301-4315, 2020.
(<https://doi.org/10.1109/TITS.2020.3009223>)
- [46] W. Liu, "Super resolution DOA estimation based on deep neural network," *Scientific Reports*, vol. 10, no. 1, pp. 1-9, 2020.
(<https://doi.org/10.1038/s41598-020-76608-y>)
- [47] G. K. Papageorgiou, M. Sellathurai, and Y. C. Eldar, "Deep networks for direction-of-arrival estimation in low SNR," *IEEE Trans. Sign. Process.*, vol. 69, pp. 3714-3729, 2021.
(<https://doi.org/10.1109/TSP.2021.3089927>)
- [48] D. P. Kingma and J. Ba, "Adam: A method for stochastic optimization," *arXiv preprint arXiv:1412.6980*, 2014.
(<https://doi.org/https://doi.org/10.48550/arXiv.1412.6980>)
- [49] S. Sun, A. P. Petropulu, and H. V. Poor, "MIMO radar for advanced driver-assistance systems and autonomous driving: Advantages and challenges," *IEEE Sign. Process. Mag.*, vol. 37, no. 4, pp. 98-117, 2020.
(<https://doi.org/10.1109/MSP.2020.2978507>)
- [50] J. Fuchs, M. Gardill, M. Lübke, A. Dubey, and F. Lurz, "A machine learning perspective on automotive radar direction of arrival estimation," *IEEE Access*, vol. 10, pp. 6775-6797, 2022.
(<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3141587>)
- [51] H. Xiang, B. Chen, M. Yang, S. Xu, and Z. Li, "Improved direction-of-arrival estimation method based on LSTM neural networks with

robustness to array imperfections,” *Appl. Intell.*, vol. 51, no. 7, pp. 4420-4433, 2021. (<https://doi.org/10.1007/s10489-020-02124-1>)

- [52] M. Muhammad, M. Li, Q. Abbasi, C. Goh, and M. A. Imran, “A covariance matrix reconstruction approach for single snapshot direction of arrival estimation,” *Sensors*, vol. 22, no. 8, p. 3096, 2022. (<https://doi.org/10.3390/s22083096>)
- [53] K. Lee, “Deep learning-aided coherent direction-of-arrival estimation with the FTMR algorithm,” *IEEE Trans. Sign. Process.*, vol. 70, pp. 1118-1130, 2022. (<https://doi.org/10.1109/TSP.2022.3144033>)
- [54] A. S. Subramanian, C. Weng, S. Watanabe, M. Yu, and D. Yu, “Deep learning based multi-source localization with source splitting and its effectiveness in multi-talker speech recognition,” *Comput. Speech & Lang.*, vol. 75, no. 101360, 2022. (<https://doi.org/10.1016/j.csl.2022.101360>)

임 정 빈 (Jungbin Yim)



2020년 2월 : 중앙대학교 전자전 기공학 학사
 2020년 9월~현재 : POSTECH 전자전기공학 통합과정
 <관심분야> 무선 통신, 신호 처리
 [ORCID:0000-0002-2269-1960]

이 상 필 (Sangpill Lee)



2001년 : 광운대학교 전자공학 공학사
 2005년 : 광운대학교 통신공학 공학석사
 2007년~현재 : LIG넥스원 C4I 연구소 수석연구원
 <관심분야> UAV Datalink System Design & Optimization, Satellite Communication System

노 성 민 (Sungmin Noh)



2007년 2월 : 단국대학교 전자공학 학사
 2009년 2월 : 단국대학교 전자컴퓨터공학 석사
 2009년 2월~2011년 12월 : 하이게인안테나 연구원
 2011년 12월~현재 : LIG넥스원 수석연구원

윤 현 상 (Hyunsang Youn)



2020년 2월 : 경희대학교 전자공학 학사
 2022년 2월 : 경희대학교 전자공학 석사
 2022년 3월~현재 : LIG넥스원 C4I연구소 연구원
 <관심분야> Aircraft Datalink, Antenna, RF, 수동소자, 무선전력전송 등
 [ORCID:0000-0003-3215-0663]

이 남 윤 (Namyoon Lee)



2006년 2월 : 고려대학교 전파통신공학 학사
 2008년 2월 : 한국과학기술원 전자공학 석사
 2014년 12월 : The University of Texas at Austin, Department of Electrical and Computer Engineering 박사
 2008년 2월~2011년 6월 : 삼성종합기술 연구원/선임연구원
 2014년 11월~2015년 5월 : NOKIA Research Center, Berkeley, USA 선임연구원
 2015년 5월~2016년 2월 : Intel Labs, Santa Clara, USA Researcher Scientist
 2016년 2월~2022년 2월 : POSTECH 조교수/부교수
 2022년 3월~현재 : 고려대학교 부교수
 <관심분야> 차세대 MIMO 송/수신기, 기계학습기반 통신 네트워크 설계